

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

ПРИНЯТО

На заседании кафедры математического  
моделирования факультета математики и  
информационных технологий

Протокол от «5» декабря 2022г. № 4

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ / Мустафина С.А.

Проректор по учебно-методической работе

м.п.

«28» декабря 2022 г.



**УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
ПОДГОТОВКА КАДРОВ ВЫСШЕЙ КВАЛИФИКАЦИИ**

**ПРОГРАММА**

**вступительного экзамена по научной специальности**

**1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**

Разработчик:

\_\_\_\_\_ /

д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой, Мустафина С.А.

Уфа – 2022

## Паспорт специальности

### Область науки:

1. Естественные науки

### Группа научных специальностей:

1.2. Компьютерные науки и информатика

### Наименование отрасли науки, по которой присуждаются ученые степени:

Физико-математические науки, технические науки

### Шифр научной специальности:

1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

### Общие требования

Данная программа представляет собой перечень тем, список вопросов, список литературы по математике и информатике для сдачи вступительного экзамена по научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ в аспирантуру факультета математики и информационных технологий Уфимского университета науки и технологий. Программа предполагает наличие у поступающих хорошо развитого математического мышления и математической культуры, прочно усвоенные знания по базовым математическим дисциплинам, указанным в темах данной программы, а также уверенные навыки по доказательству математических теорем, умения по применению математического аппарата для исследования математических моделей в различных задачах естествознания. Особенное внимание уделяется умениям и навыкам, связанным с численными методами вычислительной математики, дискретной математики и информатики. Приветствуется знания, выходящие за рамки описанной программы, представление о круге специальной литературы и современной периодики по теме предполагаемой будущей диссертации.

Экзаменационный билет состоит из трех обязательных вопросов и одного или нескольких дополнительных вопросов по билету (по усмотрению экзаменационной комиссии). Каждый вопрос оценивается в 30 баллов, дополнительные вопросы в сумме оцениваются в 10 баллов.

### Шкала оценивания одного вопроса из билета

21-30 баллов	Экзаменуемый дает развернутый ответ на вопрос: четко определяет все понятия по теме вопроса, приводит доказательства
--------------	--

	всех теорем. От 1 до 9 баллов могут сниматься за неполные или нечеткие определения и доказательства теорем.
11-20 баллов	Экзаменуемый дает неполный ответ на вопрос: либо определяет не все понятия и (или) приводит не все доказательства теорем.
1-10 баллов	Экзаменуемый имеет лишь некоторые представления о понятиях по теме вопроса.
0 баллов	Экзаменуемый не имеет никаких представлений о понятиях по теме вопроса.

За экзамен выставляются следующие оценки:

«неудовлетворительно» - от 0 до 39 баллов

«удовлетворительно» - от 40 до 59 баллов

«хорошо» - от 60 до 79 баллов

«отлично» - от 80 до 100 баллов

## Темы вступительных экзаменов

### Математический анализ

1. Функции одной и нескольких переменных (непрерывность, дифференциальное и интегральное исчисление, задачи на экстремум); функциональные последовательности ряды; ряд Фурье и преобразование Фурье, функции комплексной переменной; мера и интеграл Лебега.

*Рекомендуемая литература: см. [1] - [5], [6] - [8], [9] - [10].*

### Геометрия и алгебра

1. Аналитическая геометрия; теория матриц; системы линейных алгебраических уравнений; линейные пространства и операторы; элементы общей алгебры.

*Рекомендуемая литература: см. [11] — [21].*

### Дифференциальные уравнения

1. Общая теория дифференциальных уравнений и систем; задача Коши и краевые задачи.

2. Линейные уравнения и системы; теория устойчивости;

3. Уравнения в частных производных первого порядка.

*Рекомендуемая литература: см. [22] - [26].*

### **Дискретная математика**

1. Функциональные системы с операциями; дискретные структуры (графы, сети, коды);

2. Дизъюнктивные нормальные формы и схемы из функциональных элементов.

*Рекомендуемая литература: см. [27] - [29].*

### **Теория вероятностей и математическая статистика**

1. Аксиоматика теории вероятностей; случайные величины, их распределение и числовые характеристики.

2. Предельные теоремы теории вероятностей; случайные процессы; точечное и интервальное оценивание, проверка статистических гипотез; линейные статистические модели.

*Рекомендуемая литература: см. [30] - [33].*

### **Уравнения математической физики**

1. Уравнения гиперболического, параболического и эллиптического типа; исследование основных задач для уравнений математической физики.

*Рекомендуемая литература: см. [34] - [37].*

### **Методы оптимизации**

1. Элементы выпуклого анализа; численные методы математического программирования; оптимальное управление; вариационное исчисление.

*Рекомендуемая литература: см. [38] - [41].*

### **Численные методы**

1. Численные методы решения задач математического анализа, алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений.

2. Численные методы решения задач математической физики; методы решения сеточных уравнений.

*Рекомендуемая литература: см. [42] - [44].*

### **Языки программирования и методы трансляции**

1. Основные понятия языков программирования; синтаксис, семантика, формальные способы описания языков программирования.

2. Типы данных, способы и механизмы управления данными; методы и основные этапы трансляции; конструкции распределенного и параллельного программирования.

*Рекомендуемая литература: см. [45] - [51].*

## Базы данных и экспертные системы

1. Организация баз данных; модели данных; основные функции поддержки баз данных; языки запросов, представление знаний; экспертные системы.  
*Рекомендуемая литература: см. [52] - [55].*

### Экзаменационные вопросы вступительных экзаменов

1. Предел последовательности. Предел суммы, произведения и частного последовательностей. Критерий Коши. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Верхний и нижний пределы.
2. Открытые, замкнутые и связные множества. Предел функции. Непрерывность функций. Равномерная непрерывность функций. Теоремы Вейерштрасса и Кантора.
3. Дифференцируемые функции одной переменной. Производные и дифференциал. Формула Тейлора для функций одной переменной. Ряд Тейлора. Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ролля, Лагранжа, Коши).
4. Выпуклость, точки перегиба и экстремумы функции одной переменной. Необходимые и достаточные условия экстремума функции одной переменной.
5. Дифференцируемость функций многих переменных, частные производные. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Формула Тейлора для функций многих переменных. Теорема о неявных функциях (без доказательства). Производная сложной функции.
6. Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума.
7. Первообразная, неопределенный интеграл. Интеграл Римана. Суммы Дарбу и их свойства. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функции по Риману. Интегрируемость непрерывной функции. Формула интегрирования по частям, замена переменных под знаком интеграла. Теорема о среднем. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Несобственные интегралы. Признаки сходимости несобственных интегралов. Понятие кратного интеграла по Риману. Сведение кратного интеграла к повторному. Замена переменных в кратных интегралах. Криволинейные интегралы первого и второго рода и их вычисление.
9. Числовые ряды. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Признаки сходимости числовых рядов (признак сравнения, признаки Даламбера и Коши, признак Лейбница, интегральный признак, признак Дирихле).
10. Ряды Фурье по тригонометрической системе. Свойства коэффициентов Фурье. Сходимость рядов Фурье для кусочно-гладких функций.
11. Понятие линейного пространства. Определение линейной зависимости и независимости векторов. Размерность линейного пространства, базис, координаты вектора, формулы преобразования координат при переходе от одного базиса к другому.
12. Матрицы и действия над ними. Определитель квадратной матрицы. Ранг матрицы и способы его вычисления.

13. Системы  $n$  линейных уравнений с  $m$  неизвестными. Решение однородной системы. Решение неоднородной системы. Теорема Кронекера-Капелли.
14. Собственные векторы и собственные числа линейного преобразования. Характеристический многочлен. Линейная независимость собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов.
15. Скалярное произведение и евклидовы пространства. Координатное представление скалярного произведения. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации.
16. Уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Постановка основных задач, их физическая интерпретация.
17. Уравнение теплопроводности. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Вывод формулы Пуассона.
18. Уравнения эллиптического типа. Уравнения Лапласа и Пуассона, постановка основных краевых задач. Гармонические функции.
19. Погрешности результатов численного решения задач, классификация и методы оценки. Задача интерполяции многочленами, минимизация оценки остаточного члена. Задача наилучшего приближения. Интерполяция сплайнами.
20. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса и наивысшей алгебраической степени точности, оценка остаточного члена. Составные формулы и их оптимизация, апостериорные методы оценки погрешности.
21. Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений и их сравнительная характеристика. Оценка погрешностей. Методы решения проблемы собственных значений. Решение систем нелинейных алгебраических уравнений и задач нелинейной оптимизации.
22. Аппроксимация, устойчивость, сходимости. Одношаговые и многошаговые методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
23. Графы. Способы задания графов. Основные классы графов. Изоморфизм графов. Критерий существования Эйлера цикла. Достаточные условия существования гамильтонова цикла. Деревья. Характеризация деревьев. Теорема Кэли.
24. Задача о минимальном основном дереве. Алгоритмы Краскала и Прима. Задача о кратчайших путях. Алгоритм Дейкстры. Поток в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона. Метод расстановки пометок.
25. Линейное программирование. Симплекс-метод. Теоремы двойственности.
26. Выпуклое программирование. Теорема Куна-Таккера. Метод возможных направлений.
27. Целочисленное программирование. Алгоритмы отсечения. Метод ветвей и границ. Задача коммивояжера.
28. Динамическое программирование. Уравнения Беллмана. Задача о рюкзаке.
29. Объектно-ориентированное программирование: инкапсуляция, ее назначение. Привести примеры.
30. Объектно-ориентированное программирование: полиморфизм, его назначение. Привести примеры.
31. Объектно-ориентированное программирование: наследование, модификаторы уровня доступа. Примеры.

32. Объектно-ориентированное программирование: конструкторы и деструкторы, их назначение и правила использования.
33. Реляционная модель данных: структурная часть. Поддержка целостности в реляционных базах данных. Язык SQL. Нормализация реляционных баз данных.

### Литература

1. Л.Д. Кудрявцев: Курс математического анализа. В 3-х томах, - М.: Дрофа, 2003-2006.
2. Л.Д. Кудрявцев и др.: Сборник задач по математическому анализу. В 3-х томах, - М.: Физматлит, 2003.
3. Г.М. Фихтенгольц: Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах, - М.: Физматлит, 2001.
4. Б.П. Демидович: Сборник задач и упражнений по математическому анализу, - М.: АСТ Астрель, 2010.
5. И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий: Задачи и упражнения по математическому анализу (в 2-х частях), - М.: Дрофа, 2001.
6. А.Г. Курош: Курс высшей алгебры, - СПб.: Лань, 2008.
7. А.И. Кострикин: Введение в алгебру, в 3 частях, - М.: Изд-во МЦНМО, 2009.
8. А.И. Кострикин и др.: Сборник задач по алгебре, - М.: Изд-во МЦНМО, 2009.
9. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк: Аналитическая геометрия, - М.: ФизМатЛит, 2012.
10. Р.А. Шарипов: Курс аналитической геометрии, - Уфа: РИЦ БашГУ, 2010.
11. Л.А. Беклемишева, А.Ю. Петрович, И.А. Чубаров: Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре, - М.: ФизМатЛит, 2008.
12. И.М. Гельфанд: Лекции по линейной алгебре, - М.: Добросвет, 2009.
13. Р.А. Шарипов: Курс линейной алгебры и многомерной геометрии, - Уфа: РИЦ БашГУ, 1996. <http://www.freetextbooks.narod.ru/r4-b2.htm> 67
14. Э.Г. Позняк, Е.В. Шикин: Дифференциальная геометрия, - М.: Эдиториал УРСС, 2003.
15. Р.А. Шарипов: Курс дифференциальной геометрии, - Уфа: РИЦ БашГУ, 1997. <http://www.freetextbooks.narod.ru/r4-b3.htm>
16. А.С. Феденко и др.: Сборник задач по дифференциальной геометрии, М.: Наука, 1979.

17. Р.С. Юлмухаметов, В.И. Луценко, Н.Ф. Абузярова, И.С. Галимов: Теория множеств, - Уфа: РИЦ БашГУ, 2012.
18. Р.С. Юлмухаметов, К.П. Исаев, К.В. Трунов, А.А. Путинцева: Теория алгоритмов, - Уфа: РИЦ БашГУ, 2012.
19. Р.С. Юлмухаметов, Н.Ф. Абузярова, К.В. Трунов, А.А. Путинцева: Математическая логика, - Уфа: РИЦ БашГУ, 2012.
20. В.И. Арнольд: Обыкновенные дифференциальные уравнения, - М.: Наука, 2010.
21. А.Ф. Филиппов: Введение в теорию дифференциальных уравнений, -М.: Едиториал УРСС, 2011.
22. А.Ф. Филиппов: Сборник задач по дифференциальным уравнениям, -М., Ижевск: Изд-во РХД, 2010.
23. М.Г. Юмагулов: Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теория и приложения, - М., Ижевск: Изд-во РХД, 2008.
24. Я.Т. Султанаев, О.Г. Гайдамак: Обыкновенные дифференциальные уравнения, - Уфа: РИЦ БашГУ, 2007.
25. А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин: Элементы теории функций и функционального анализа, - М.: Физматлит, 2009.
26. Г.И. Просветов: Функциональный анализ. Задачи и решения, - М.: Альфа-Пресс, 2010.
27. М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат: Методы теории функций комплексного переменного, - СПб.: Лань, 2002.
28. А.И. Маркушевич: Теория аналитических функций. В 2-х томах, -СПб.: Лань, 2009.
29. Б.В. Шабат: Введение в комплексный анализ. В 2 частях, - СПб.: Лань, 2004. 68
30. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский: Уравнения математической физики, -М.: Изд-во МГУ, 2009.
31. В.С. Владимиров, В.П. Михайлов, А.А. Вашарин, Х.Х. Каримова, Ю.В. Сидоров, М.Н. Шабунин: Сборник задач по уравнениям математической физики, - М.: Физматлит, 2003.
32. В.С. Владимиров, В.В. Жаринов: Уравнения математической физики, - М.: Физматлит, 2004.



33. А.В. Жибер, Г.З. Мухаметова, Н.А. Сидельникова: Дифференциальные уравнения математической физики и методы их решения, - Уфа: РИЦ БашГУ, 2010.
34. Б.В. Гнеденко: Курс теории вероятностей, - М.: Либроком, 2011.
35. В.Е. Гмурман: Теория вероятностей и математическая статистика, - М.: Юрайт, 2012.
36. А.М. Зубков, Б.А. Севастьянов, В.П. Чистяков: Сборник задач по теории вероятностей, - СПб.: Лань, 2009.
37. В.Е. Гмурман: Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике, - М.: Юрайт, 2010.
38. Э.М. Галеев: Оптимизация. Теория, примеры, задачи, - М.: КомКнига, 2006, Либроком, 2010.
39. А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров: Курс методов оптимизации, - М.: ФизМатЛит, 2005,
40. Ф.П. Васильев: Численные методы решения экстремальных задач, М.: Наука, 1988.
41. В.Г. Карманов: Математическое программирование, - М.: ФизМат-Лит, 2004, 2008, 2011.
42. А.А. Самарский, А.В. Гулин: Численные методы, - М.: Наука, 1989.
43. Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков: Численные методы, - М.:Бином, 2003.
44. Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Б.В. Чижонков: Численные методы в задачах и упражнениях, - М.: Высшая школа, 2000.
45. Т.А.Павловская: С/С++. Программирование на языке высокого уровня, - СПб.: Питер,2003.
46. Т.А.Павловская, Ю.А.Щупак: С/С++. Структурное программирование: Практикум, -СПб.: Питер, 2003.
47. ПА.Павловская, Ю.А.Щупак: С++. Объектно-ориентированное программирование:Практикум, - СПб.: Питер, 2006.
48. А.Я.Архангельский: Программирование в С++ Builder, - М.: Бином 2010.
49. Б.И.Березин, С.Б.Березин: Начальный курс С и С++, - М.: ДIALOG МИФИ, 2001.

50. А.Р.Манапова, О.Г.Коробчинская, М.Э.Файрузов: Основы информатики, - Уфа: РИЦБашГУ, 2012.
51. О.Г.Коробчинская, Ж.Г.Рахматуллина, А.В.Яковлев: Технология программирования и работа на ЭВМ. Методические указания с лабораторными работами для студентов 1 и 2 курса факультета математики и информационных технологий, - Уфа: РИЦ БашГУ, 2012.
52. Джеффри Ульман, Дженнифер Уидом: Введение в системы баз данных,- М.: Лори. 2006.
- 53.Гек'гор Гарсиа-Молита, Джеффри Ульман. Дженнифер Уидом: Системы баз данных.Полный курс, - М.: Вильямс, 2004.
54. К.Дж.Дейт: Введение в системы баз данных, - М.: Вильямс, 2008.
55. Джеймс Р.Грофф, Пол Н.Вайнберг, Эндрю Дж.Опель: SQL: полный справочник, - М.:Вильямс, 2011.

СОГЛАСОВАНО:

И.о. декана факультета математики  
и информационных технологий



О.А. Кривошеева