

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи



АНОСОВА ЕЛИЗАВЕТА ПЕТРОВНА

**ФИЛЬТРАЦИЯ ФЛЮИДА В ТРЕЩИНЕ ГРП,
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ К ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ**

Специальность 1.1.9. Механика жидкости, газа и плазмы

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель: Нагаева З.М.
кандидат физико-математических наук

Уфа – 2024

Оглавление

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	4
ВВЕДЕНИЕ.....	6
ГЛАВА 1. ОБЗОР ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТ, ПОСВЯЩЕННЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКОМУ РАЗРЫВУ ПЛАСТА И ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ ФЛЮИДА	16
1.1. Развитие технологии ГРП в мировой и отечественной практике	16
1.2. Моделирование процесса гидроразрыва пласта.....	18
1.3. Теория фильтрации.....	24
1.4. Фильтрация флюида к горизонтальной скважине	38
ГЛАВА 2. О ДИНАМИКЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЛН ДАВЛЕНИЯ В ТРЕЩИНЕ ГИДРОРАЗРЫВА, РАСПОЛОЖЕННОЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО К ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ	46
2.1. Постановка задачи и построение математической модели.....	46
2.2. Распространение гармонических волн давления в гидроразрывной трещине	52
2.3. Распространение гармонических волн давления в однородной пористой и проницаемой среде при отсутствии трещины	59
Выводы по второй главе.....	62
ГЛАВА 3. УПРУГИЙ РЕЖИМ ФИЛЬТРАЦИИ ФЛЮИДА В ТРЕЩИНЕ ГИДРОРАЗРЫВА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ СКВАЖИНЫ.....	63
3.1. Фильтрация флюида в трещине гидравлического разрыва пласта при повышении давления на скважине.....	63
3.1.1. Фильтрация флюида при отсутствии трещин гидроразрыва	71
3.2. Анализ результатов расчетов решения задачи о фильтрации флюида в трещине при повышении давления	74

3.3. Фильтрация флюида в скважину через трещину в режиме постоянного расхода	78
Выводы по третьей главе	86
ГЛАВА 4. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ К СКВАЖИНЕ ЧЕРЕЗ ТРЕЩИНУ ГИДРОРАЗРЫВА МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СМЕНЫ СТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ	87
4.1. Приближенное решение задачи о фильтрации к скважине через трещину гидроразрыва при скачкообразном повышении давления	87
4.2. Приближенное решение методом ПССС задачи о фильтрации к скважине через трещину ГРП в режиме постоянного расхода	94
Выводы по четвертой главе	106
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	107
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	109

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

ГРП – гидравлический разрыв пласта;

ГДИС – гидродинамические исследования скважин;

КВД – кривая восстановления давления;

МГРП – многостадийный гидроразрыв пласта;

ПССС – метод последовательной смены стационарных состояний;

Параметры

Обозначение	Наименование	СИ
a	<i>радиус скважины</i>	м
t	<i>время</i>	с
y	<i>расстояние от плоскости трещины</i>	м
r	<i>расстояние от оси скважины вдоль трещины</i>	м
d_f	<i>ширина трещины</i>	м
m_p	<i>пористость пласта</i>	д. ед.
m_f	<i>пористость трещины</i>	д. ед.
μ	<i>динамическая вязкость флюида</i>	Па·с
ρ_p	<i>плотность флюида в пласте</i>	кг/м ³
ρ_f	<i>плотность флюида в трещине</i>	кг/м ³
v_p	<i>скорость фильтрации флюида в пласте</i>	м ³ /с
v_f	<i>скорость фильтрации флюида в трещине</i>	м ³ /с
k_p	<i>коэффициент проницаемости пласта</i>	м ²
k_f	<i>коэффициент проницаемости трещины</i>	м ²
C	<i>скорость звука в жидкости</i>	м/с
P_0	<i>начальное давление</i>	Па
P_f	<i>давление в трещине</i>	Па

P_p	<i>давление в пласте</i>	Па
q	<i>объемный расход флюида</i>	м ³ /с
α_f	<i>коэффициент пьезопроводности трещины ГРП</i>	м ² /с
α_p	<i>коэффициент пьезопроводности пласта</i>	м ² /с
$A_f^{(p)}$	<i>амплитуда давления в трещине ГРП</i>	Па
$A_p^{(p)}$	<i>амплитуда давления в пласте</i>	Па
$\Delta P_{f(w)}$	<i>изменение давления на скважине</i>	Па
ω	<i>циклическая частота колебаний</i>	с ⁻¹
ω_*	<i>критическая частота</i>	с ⁻¹
C_f	<i>проводимость трещины</i>	мД · м

Нижние индексы

f – значения параметров в трещине;

p – значения параметров в окружающей трещину пористой и проницаемой среде;

w – значения параметров на забое скважины;

0 – значения параметров, соответствующие их невозмущенным значениям;

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы диссертационной работы

В современной нефтедобывающей отрасли для увеличения дебита добычи углеводородов из коллекторов с низкими фильтрационно-ёмкостными характеристиками применяются различные гидромеханические способы воздействия на углеводородные пласты. Гидравлический разрыв пласта (ГРП) представляет одну из таких эффективных технологий.

Гидравлический разрыв пласта с применением горизонтальных скважин повышает эффективность процесса ГРП, так как горизонтальные скважины, пройденные по продуктивному пласту, позволяют увеличить площадь дренирования и увеличить производительность скважины. Также использование горизонтальных скважин позволяет ограничить поступление нежелательных флюидов при разработке залежей с активной подошвенной водой и газовой шапкой.

Размеры гидроразрывных трещин и их ориентация в породе определяются геолого-физическими характеристиками пластов, физико-механическими и фильтрационно-ёмкостными свойствами коллекторов, напряженным состоянием породы, типом скважины, объемом гидроразрывной жидкости, фильтруемости и интенсивности ее нагнетания.

Большое количество работ посвящено теме исследования гидроразрыва пласта, описанию процесса фильтрации флюида в трещине ГРП и окружающей ее пористой и проницаемой среде. Данная тема достаточно полно исследована для стационарной фильтрации. Для нестационарной же фильтрации большая часть исследований проводится с помощью гидродинамических методов исследования коллекторов, где процессы фильтрации рассматриваются для асимптотически ограниченных интервалов времени. Данные методы исследования основываются на изучении параметров притока флюида к скважине при установившихся или неустойчивых режимах ее работы.

В настоящее время остаётся актуальной проблема описания процесса фильтрации вблизи горизонтальной скважины. Для этого в основном активно используются численные методы. В данной работе получена аналитическая модель для описания процесса фильтрации в трещине гидроразрыва, а также в окружающей трещину пористой и проницаемой среде. Наличие точных аналитических решений позволяет получить более детальную информацию о давлении вблизи скважины и на её забое, позволяет анализировать продуктивность выработки пластов и определять их коллекторские свойства. Кроме того, точные аналитические решения позволяют тестировать решения, найденные численными методами по другим моделям.

Степень разработанности темы исследования

Развитие технологии ГРП в горизонтальных скважинах позволило начать разработку нефтяных месторождений с ухудшенными фильтрационно-ёмкостными характеристиками, осложненных наличием активных подошвенных вод и газовых шапок. Моделирование фильтрации вблизи горизонтальных скважин является довольно сложной, но актуальной задачей.

Исследованию фильтрации к горизонтальным скважинам в пластах с гидроразрывной трещиной посвящены работы следующих авторов: Ю.П. Борисов, В.П. Пилатовский, В.П. Табаков [28], П.Я. Полубаринова-Кочина [79], Л.С. Лейбензон [58], З.С. Алиев, В.В. Шеремет [5], В.В. Бондаренко [4], В.П. Меркулов [62], А.М. Пирвердян [77], М.Р. Хамидуллин [91], В.А. Васильев [29], К.А. Поташев, А.Б. Мазо [59], С.А. Герасименко [32], П.Е. Морозов, М.Х. Хайруллин, М.Н. Шамсиев [66, 68], S.D. Joshi [127], F.M. Giger [123], D.K. Babu [113], D.W. Peaseam [136], S. Yao [151], L. Wang, W. Zhang, M. Shao, Y. Cui [147], и другие [18, 31, 60, 105, 110, 129, 130].

Большая часть исследований, описывающих приток жидкости к горизонтальной скважине, сводится к реализации задач различными численными методами (конечно-разностными, конечных элементов, граничных элементов и другими). Теоретические исследования, описывающие распределение давления в гидроразрывной трещине, расположенной

перпендикулярно горизонтальной скважине, а также в окружающем пласте и на забое скважины, рассмотрены не в полной мере.

Цель диссертационной работы

Цель диссертационной работы заключается в построении математической модели, описывающей нестационарную фильтрацию флюида в системе «пласт – трещина ГРП – скважина», получение по этой модели аналитических решений задачи о распределении давления в гидроразрывной трещине, которая расположена перпендикулярно к горизонтальной цилиндрической скважине, с учетом фильтрационных потоков между трещиной и пористым пластом.

Для достижения цели определены и решены следующие задачи:

– предложена аналитическая модель, представляющая собой интегро-дифференциальное уравнение, для описания эволюции давления в трещине ГРП, расположенной перпендикулярно к горизонтальной скважине, с учетом фильтрационного потока флюида через стенки трещины в окружающую породу;

– изучена динамика гармонических фильтрационных волн давления в гидроразрывной трещине, которая расположена перпендикулярно к горизонтальной скважине; проведен сравнительный анализ результатов решения задачи распространения гармонических волн давления при наличии трещины ГРП и при её отсутствии;

– получены точные аналитические решения, описывающие эволюцию полей давления жидкости в трещине ГРП, перпендикулярной по отношению к горизонтальной скважине, учитывающие фильтрационное течение через стенки трещины в пористую среду, при повышении давления на скважине на фиксированную величину с дальнейшим удержанием данного значения;

– для проведения анализа эффективности применения технологии гидравлического разрыва пласта рассмотрена задача о распределении давления на забое скважины при отсутствии трещины ГРП;

– получены точные аналитические решения, описывающие эволюцию полей давления жидкости в трещине ГРП, расположенной перпендикулярно стволу горизонтальной скважины, учитывающие фильтрационные потоки сквозь поверхность трещины (в окружающую пористую среду или из пласта) при работе скважины в режиме постоянного расхода;

– получены приближенные решения методом последовательной смены стационарных состояний (ПССС), описывающие эволюцию полей давления жидкости в трещине ГРП, перпендикулярной горизонтальной скважине при повышении давления на скважине на фиксированную величину с дальнейшим удержанием данного значения, а также при работе скважины в режиме постоянного расхода; проведен сравнительный анализ полученных точных и приближенных решений;

– изучено влияние фильтрационно-ёмкостных характеристик пласта и трещины ГРП на динамику распределения давления в трещине и на забое скважины.

Методы исследования

В диссертационной работе для постановки и решения задач были использованы уравнения математической физики, методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений, методы решений уравнений в частных производных. Для нахождения точных решений использовались методы интегральных преобразований Лапласа и Меллина, методы теории функций комплексного переменного. Для визуализации численных решений через графическое представление использовались пакеты прикладных программ GNU Octave и Maple.

Основные положения и результаты, выносимые на защиту:

1. Математическая модель нестационарной фильтрации, в виде интегро-дифференциального уравнения для описания фильтрации жидкости в трещине ГРП, расположенной перпендикулярно стволу горизонтальной скважины, с учетом фильтрации флюида в пласт (или из пласта в трещину и скважину).

2. Решения, описывающие распределение давления в гидроразрывной трещине, расположенной перпендикулярно стволу горизонтальной скважины при гармоническом законе изменения давления в скважине.

3. Точные аналитические решения, описывающие эволюцию давления в трещине ГРП, расположенной перпендикулярно стволу горизонтальной скважины, с учетом фильтрационных потоков между пористым пластом и гидроразрывной трещиной, при повышении давления на скважине на фиксированную величину с дальнейшим удержанием данного значения.

4. Точные аналитические решения, описывающие эволюцию давления в трещине ГРП, расположенной перпендикулярно стволу горизонтальной скважины, а также закон изменения давления на забое скважины, при работе скважины в режиме постоянного расхода.

5. Приближенные решения, полученные методом ПССС, описывающие эволюцию давления в трещине ГРП при повышении давления на скважине на фиксированную величину с дальнейшим удержанием этого значения и при работе скважины в режиме постоянного расхода.

Научная новизна диссертационной работы

В ходе проведенных исследований в диссертационной работе получены следующие результаты:

– в радиальной постановке построена математическая модель в виде интегро-дифференциального уравнения для описания распределения давления в гидроразрывной трещине, перпендикулярной стволу горизонтальной скважины, с учетом фильтрации жидкости через стенки трещины в окружающую трещину пористую и проницаемую среду; разработанная модель позволяет определять приток флюида к горизонтальной скважине;

– получены точные аналитические решения для распределения давления жидкости в трещине ГРП, с учетом фильтрации флюида через стенки трещины в окружающую трещину пористую среду при различных режимах работы

скважины (при повышении давления на скважине с дальнейшим удержанием этого значения и постоянного расхода), получены формулы для определения забойного давления и дебита скважины;

– получены приближенные решения методом ПССС для распределения давления жидкости в трещине ГРП при повышении давления на скважине с дальнейшим удержанием постоянного значения и при задании постоянного расхода на скважине.

Степень достоверности и апробация результатов

Обоснованность и достоверность результатов обусловливается корректностью физической и математической постановки задачи, применением при разработке математических моделей фундаментальных законов механики многофазных сред и теории фильтрации; получением точных и приближенных решений, непротиворечащих общим гидродинамическим представлениям и находящимся в соответствии с результатами, которые были получены другими исследователями в рассматриваемой области.

Теоретическая и практическая ценность полученных результатов заключается в следующем:

1. Позволяют расширить теоретические основы описания нестационарной фильтрации для горизонтальных скважин, пересеченных перпендикулярными трещинами.

2. Позволяют установить качественные и количественные закономерности формирования полей давления в системе «скважина – трещина ГРП – пласт» при различных режимах работы скважины, а именно при повышении давления на забое скважины с дальнейшим удержанием данного значения и при работе скважины в режиме постоянного расхода.

3. Показано, что трещина ГРП в пористой и проницаемой среде является волновым каналом для низкочастотных колебаний давления в призабойной зоне скважины. Характерное расстояние затухания волн в

трещинах, и в пласте вблизи нее может быть значительно выше, чем в однородной пористой среде при отсутствии трещины.

4. На основе полученных аналитических решений, соответствующих заданию на забое скважины постоянной депрессии и/или расхода, представляется возможным провести анализ изменения фильтрационно-ёмкостных характеристик призабойных зон скважин, их продуктивности при гидроразрыве пластов и закономерности распространения давления в трещинах.

5. Полученные решения могут служить основой для тестирования алгоритмов расчетов при теоретическом описании процессов фильтрации в пластах с гидроразрывными трещинами по более сложным математическим моделям.

Результаты работы докладывались на следующих научных конференциях:

- ✓ XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г. Уфа, август 2019 г.);
- ✓ Всероссийская научная конференция с международным участием «Актуальные проблемы механики сплошной среды – 2020» (28 сентября – 2 октября 2020 г. Казань);
- ✓ семинары лаборатории механики многофазных систем Института механики им. Р. Р. Мавлютова под руководством доктора физико-математических наук, профессора В.Ш. Шагапова, (г. Уфа, 2019 – 2022 гг.);
- ✓ IV Международная научно – практическая конференция «Физика конденсированного состояния и ее приложения (Республика Башкортостан, г. Стерлитамак, сентябрь 2022 г.);
- ✓ Международная научная конференция «Уфимская осенняя математическая школа» (г. Уфа, сентябрь 2022 г.);

- ✓ XX Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (г. Новосибирск, октябрь 2022 г.);
- ✓ Международная научная конференция «Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения» (Республика Башкортостан, оз. Банное, 13-17 марта 2023 г.);
- ✓ Третья международная летняя конференция «Физико-химическая гидродинамика: модели и приложения» (25-30 июня, г. Уфа);
- ✓ XXIV Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (г. Красноярск, октябрь 2023 г., **диплом победителя**);
- ✓ Международная научно-практическая конференция имени Д.И. Менделеева, посвященная 15 – летию Института промышленных технологий и инжиниринга, (г. Тюмень, 16-18 ноября 2023 г., **диплом III степени**).

Публикации

Основные научные результаты исследований в диссертационной работе представлены в 11 работах, опубликованных в журналах и научных сборниках, в том числе 4 работы в рецензируемых научных изданиях, входящих одновременно в наукометрические базы Scopus, Web of Science и RSCI.

Благодарности

Автор выражает безмерную благодарность и глубокую признательность, доктору физико-математических наук, профессору Владиславу Шайхулагзамовичу Шагапову за постановку данной задачи, ценные советы и постоянное внимание к исследовательской работе. Его уникальные научные знания, умение вдохновлять стали неоценимыми источниками мудрости и профессионального роста. Автор разделяет горечь и невозполнимую утрату в связи с кончиной прекрасного деятеля науки. Профессор В.Ш. Шагапов всеми

силами продвигал науку и старался донести важность научных исследований, активно развивал направление механики многофазных систем. Особую благодарность и глубокую признательность автор выражает научному руководителю, кандидату физико-математических наук, Зиле Мунировне Нагаевой за помощь и поддержку на всех этапах исследования.

Личный вклад

Автором совместно с научным руководителем проведена разработка алгоритма решения задачи, постановка которой была дана Владиславом Шайхулагзамовичем Шагаповым. Получение точных и приближенных решений, программирование и численная реализация задачи, анализ полученных результатов, оформление полученных результатов, подготовка публикаций выполнены автором самостоятельно.

Структура и объем диссертационной работы

Исследовательская работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Объем диссертационной работы составляет 127 страниц, включая 31 рисунков и графиков, 4 таблицы и список литературы, содержащий 152 работы.

Во введении раскрыта актуальность темы диссертационного исследования, перечислены цели и задачи, приведены основные положения и результаты исследовательской работы, выносимые на защиту, представлена научная новизна, достоверность, теоретическая и практическая значимость исследований.

Первая глава посвящена обзору ключевых литературных источников, посвященных изучению технологии гидравлического разрыва пласта, исследованию фильтрации флюида в гидроразрывной трещине и в пористой проницаемой среде, окружающей трещину.

Во второй главе дается постановка задачи и описывается процесс построения математической модели, которая сводится к одному интегро-дифференциальному уравнению, описывающему фильтрацию флюида от

скважины по трещине в пласт или из пласта в трещину и скважину. Исследовано распространение гармонических волн давления.

В третьей главе рассматривается процесс нестационарной фильтрации флюида к горизонтальной скважине через гидроразрывную трещину, расположенную в пористой и проницаемой среде, перпендикулярно стволу скважины, при задании постоянной депрессии на забое скважины, а также при работе скважины в режиме постоянного расхода.

В четвёртой главе получены удобные для практического применения приближенные решения с использованием метода последовательной смены стационарных состояний (ПССС). Проведен сравнительный анализ численных результатов по полученным приближенным решениям с точными теоретическими, которые представлены в предыдущих главах и являются более сложными решениями.

Основные результаты, полученные в ходе исследований в рамках работы над диссертацией, представлены в **заключении**.

ГЛАВА 1. ОБЗОР ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТ, ПОСВЯЩЕННЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКОМУ РАЗРЫВУ ПЛАСТА И ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ ФЛЮИДА

1.1. Развитие технологии ГРП в мировой и отечественной практике

В современном мире существенная часть запасов нефти и газа является трудно извлекаемой ввиду низкой проницаемости углеводородных пластов, а также высокой вязкости самих флюидов. Гидроразрыв пласта (ГРП) является широко используемым методом интенсификации работы нефтегазовых скважин.

Впервые, гидроразрыв пласта был осуществлен в нефтедобывающей промышленности США, в 1947 году нефтяной компанией Halliburton. В качестве жидкости гидроразрыва выступала вода, а в качестве расклинивающего агента обычный речной песок. Первый проведенный ГРП оказался неудачным. Но, несмотря на это, Дж. Б. Кларк на основе полученных данных обобщенно описал теоретические и практические аспекты ГРП. В 1949 году им была опубликована статья о применении гидроразрыва пласта в целях увеличения его продуктивности. И уже в 1949 году все та же компания Halliburton провела успешно два коммерческих ГРП, в Техасе и Оклахоме. Положительные результаты данного метода сделали его востребованным на нефтяных месторождениях США. К концу 1955 года количество проведенных операций ГРП достигало 100 000. В последующие годы их количество снижалось. В начале 70-х годов количество ГРП снизилось до 1000 операций гидравлического разрыва пласта в месяц и в дальнейшем стабилизировалось на уровне – 1500 операций ГРП в месяц. Начиная с 2011 года, с началом масштабной эксплуатации сланцевых месторождений, снова наблюдается активное внедрение данной технологии [111].

В Западной Европе подъем в области применения ГРП пришелся на конец 70-х годов. Это было связано с созданием новых прочных синтетических пропантов. Данный метод активно использовался на месторождениях Германии, Великобритании, Нидерландов, Норвегии, Италии, Австрии, на побережье Югославии. Самые крупные работы по проведению ГРП были проведены в Германии, на газовых месторождениях, где глубина залегания пластов достигала 3000 – 6000 м. В основном все операции были проведены успешно и привели к увеличению дебита в 3 – 10 раз. Неудачно проведенные операции ГРП были в основном связаны с высоким содержанием воды в пласте [50].

В Советском Союзе гидроразрыв пласта впервые был проведен в 1952 году. В основном метод ГРП применялся на нефтяных промыслах Азербайджана и в Татарии. Своего максимума метод гидроразрыва достиг в 1958-1962 годах, что соответствовало более 1500 операций ГРП в год. В дальнейшем применение данного метода снизилось, в связи с открытием высокодебитных залежей нефти в Западной Сибири, позволяющие добывать нефть без каких-то дополнительных методов. Но к концу 80-х годов, в связи с выработкой месторождений с «легкой» нефтью метод ГРП стал снова востребован [50,111]. В 90-е годы российские предприятия начали заново осваивать технологию проведения гидроразрыва пласта. За период невостребованности метода ГРП отечественное оборудование и технология отстали от мировой практики. На российский рынок современную технологию ГРП принесли западные сервисные компании и проведение ГРП на отечественных месторождениях стало прерогативой иностранных компаний.

Антироссийские санкции и уход с российского рынка некоторых зарубежных компаний, конечно же, отразился на отечественной нефтегазовой отрасли. В связи с этим, российским нефтедобывающим компаниям приходится перестраиваться под новые геополитические реалии, наращивать темпы по импортозамещению, чтобы сохранить добычу углеводородного сырья на прежнем уровне. Но несмотря на это нефтегазовая отрасль России

по-прежнему остается ведущим игроком на мировом рынке нефти и газа ввиду огромных углеводородных запасов, которые являются крупнейшими в мире, развитой инфраструктуры для их транспортировки, а также увеличения инвестиций в развитие, разработку месторождений и внедрению современных технологий.

1.2. Моделирование процесса гидроразрыва пласта

Создание технологии ГРП требует моделирования данного процесса. Моделирование позволяет прогнозировать многие факторы и параметры, такие как геометрия трещины, ее рост, учитывая при этом расход жидкости гидроразрыва на фильтрацию в окружающий трещину пласт. Посредством моделирования можно определить, какое влияние оказывают примеси твердых частиц, находящиеся в жидкости, на раскрытие трещины, а также на ее форму. В общей формулировке модель процесса ГРП сложна, поскольку она включает деформацию породы в окрестности трещин и скважин, поток смеси неньютоновской жидкости и пропанта в трещинах, распространение трещин, движение твердых частиц и фильтрационный поток в системе «трещина-пласт». Как правило, уравнения, описывающие данные процессы, являются нелинейными, взаимосвязанными, и влекут за собой плохую сходимость численных алгоритмов при совместном их решении в виде двумерных и трехмерных моделей.

Как правило, упрощения в описании процессов деформации и разрушения горной породы, позволяют уменьшить размерность задачи и понизить вычислительную сложность.

Несмотря на то, что первый экспериментальный ГРП в 1947 году прошел неудачно, американский инженер Дж. К. Кларк в своей статье описал сам метод и теоретические представления о происходящем в скважине процессе. Положительные результаты, которые наблюдались при ГРП сделали его очень популярным на нефтепромыслах США. В 1957 году М. Хуберт и Д. Уиллис

представили работу – теоретическое обоснование механики образования трещин при ГРП («Mechanics of hydraulic fracturing»). Теоретические обоснования гидроразрыва проводилось приблизительно в одно время, в 50-е годы, в США и в СССР. В СССР гидроразрывом пласта занимались С. А. Христианович [93], Ю. П. Желтов [39, 40, 41], Г. И. Баренблатт [20, 21, 22, 23, 24]. В своих работах они разработали теорию образования и распространения трещин, получили аналитические зависимости для определения их размеров, посредством закачки фильтрующейся и нефилтующейся жидкости.

В 1960 году Макгуайр и Сикора опубликовали статью «Влияние вертикальных трещин на продуктивность скважины», в которой с помощью электрического аналогового компьютера изучили влияние вертикальных трещин гидроразрыва на продуктивность скважины. Полученные ими кривые демонстрируют преимущества увеличения продуктивности скважины после гидроразрыва, зависящие от длины трещины и ее проводимости.

В 1961 М. Пратсом [138] была представлена зависимость дебита скважины от параметров трещины. Данный факт позволил получить дополнительную оценку параметров трещины. Также им было показано, что для бесконечной проводимости трещин эффективный радиус скважины должен быть равен половине длины трещины.

Гидроразрыв пласта прошел сложный путь от экспериментальных, натуральных исследований до метода с хорошо разработанной теоретической базой и техническими средствами [1].

Основными, классическими как в русской, так и в англоязычной литературе являются одномерные модели: модель KGD, модель PKN и радиальная модель.

Первая модель двумерной трещины гидроразрыва была выполнена советскими учеными Христиановичем С.А. и Желтовым Ю.П. В дальнейшем эта модель была усовершенствована Гирстма [122] и де Клерком. Данная модель получила название – модель KGD (Khristianovich-Geertsma-de Klerk). Эта модель (рис.1.1) справедлива при следующих допущениях: ширина

трещина одинаковая на любой вертикальной координате, а высота трещины значительно превышает ее общую длину. Данная модель описывает трещину, у которой вертикальное поперечное сечение – прямоугольное, а горизонтальное имеет эллиптический вид с заострениями на концах трещины. Причем, горизонтальные сечения трещины считаются одинаковыми, а для описания процесса деформации и разрушения породы используется двумерная постановка задачи упругости.

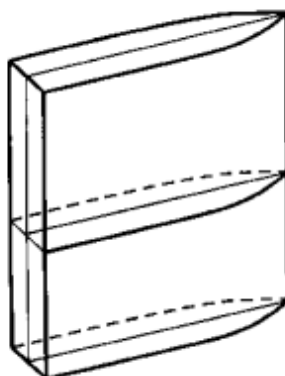


Рис.1.1 Модель KGD (Khristianovich-Geertsma-de Klerk)

В 1961 году Перкинсом и Керном [137] была предложена новая математическая модель развития трещины. Позже эта модель (рис.1.2) была доработана Нордгреном и в дальнейшем получила название – модель PKN (Perkins-Kern-Nordgren). Для данной модели характерны следующие допущения: высота трещины постоянна и значительно превосходит ее длину. Трещина растет в вертикальном направлении, а вертикальное поперечное и горизонтальное сечения представляют собой эллипс.

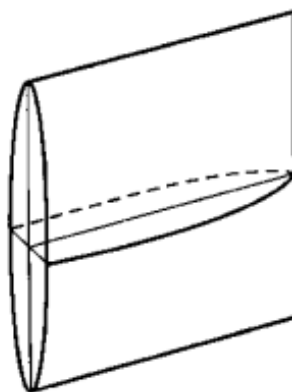


Рис.1.2 Модель PKN (Perkins-Kern-Nordgren)

Радиальная модель (рис.1.3) – является обобщением модели KGD. Она описывает радиально – симметричное распространение жидкости от точечного источника. В отличие от KGD модели, в радиальной модели краевыми условиями не пренебрегают. В радиальной модели принимается, что высота трещины равна ее общей длине. Данная модель применяется при решении задач о росте горизонтальной трещины в вертикальной скважине [38, 41]

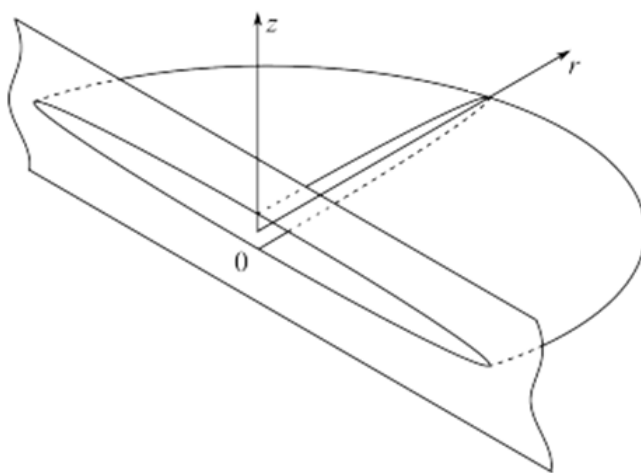


Рис.1.3 Радиальная модель

В 90-х годах Дядькин Ю.Д. [35] предложил свою модель (рис.1.4) образования трещин. В его модели учитывался такой параметр, как густота трещин, принималось во внимание взаимодействие силы тяжести и тектонических напряжений при развитии деформации, учитывалась сила трения при неизотермическом течении в растущей трещине и фильтрационных утечках рабочей жидкости, а также инерционные эффекты при высокой скорости радиального течения, что приводит к нарушению линейного закона Дарси.

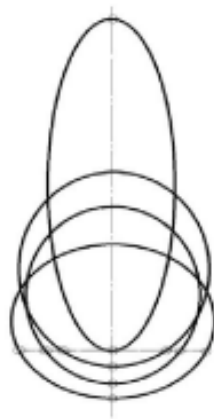


Рис.1.4 Модель образования трещины, предложенная Ю.Д. Дядькиным

В работах О.Е. Ивашнева, Н.Н. Смирнова и Н.Н. Смирнова, В.Н. Тагировой [46, 83] рассматривается смешанная PKN-KGD-модель (рис.1.5), когда ширина трещины значительно меньше её длины и высоты. Жидкость разрыва несжимаемая, инерцией течения жидкости в трещине пренебрегают, учитываются фильтрационные просачивания жидкости гидроразрыва, различной интенсивности, через трещину в породу. За основную модель принята PKN-модель, а присущие для KGD-модели, уравнения неразрывности и количества движения жидкости, используются для описания движения жидкости между двумя пластами.

В работе [3] объектом исследования является двумерная модель распространения трещины гидравлического разрыва пласта, учитывающая следующие факторы: деформацию породы и учет напряжения залегания в призабойной зоне и в окрестности трещины, протекание жидкости из трещины в пласт, течение флюида в трещине и геометрию трещины с выбором направления роста. В данной модели, которая является дальнейшим развитием модели продольной трещины большой высоты, распространение трещины происходит по траектории, определяемой в каждый момент времени критериями разрушения и выбора направления роста трещины.

В работе П.В. Карнаков, В.Н. Лапин, С.Г. Черный [54] рассмотрена модель ГРП, учитывающая забивание трещины пропантом. Проведено

сравнение результатов при сплошной и импульсной закачках пропанта. Установлено, что при чередовании закачки чистой жидкости и смеси можно добиться увеличения длины трещины.

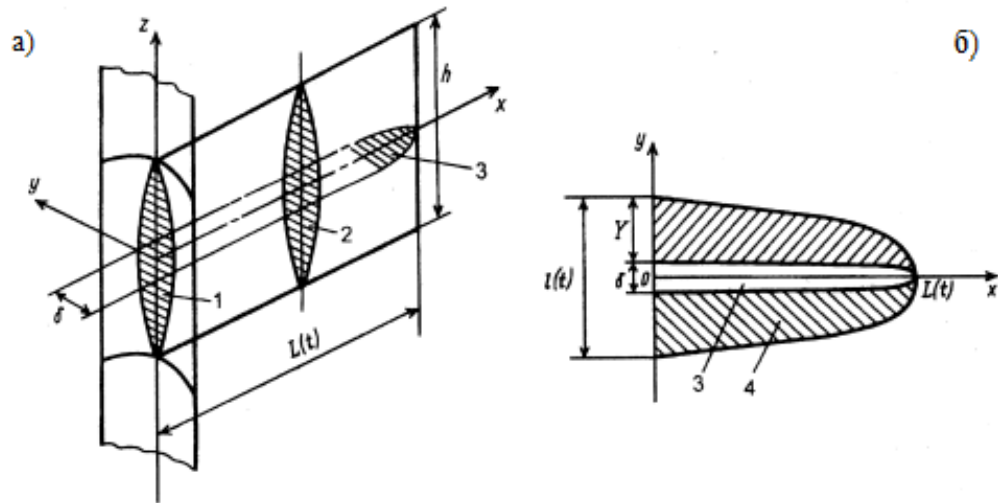


Рис.1.5 Общий вид вертикальной трещины (а) и сечение в горизонтальной плоскости (б): 1,2 – плоские сечения Перкинса; 3 – плоское сечение Христиановича; 4 – область прилегающей породы, пропитанной жидкостью гидроразрыва. δ – ширина трещины, h – высота трещины, L – длина трещины, $\delta \leq h < L$

В работе Д.А. Пестов, Н.Н. Смирнов, А.В. Акулич, В.В. Тюренкова [75] рассматривается модель роста трещины гидроразрыва с учетом фильтрационной утечки гидроразрывной жидкости в породу. Проанализирована зависимость длины трещины от скорости закачивания жидкости и ее вязкости. Выявлено, что чем медленнее происходит закачивание гидроразрывной жидкости, тем уже получается трещина, то есть раскрытие трещины монотонно зависит от скорости закачивания жидкости. А вот длина трещины зависит от скорости закачки немонотонно. Установлено, что вязкость закачиваемой жидкости оказывает монотонное влияние на раскрытие трещины. Уменьшение раскрытия трещины связано со снижением сопротивления и увеличением утечки гидроразрывной жидкости. Установлена немонотонная зависимость в различные моменты времени между длиной трещины и вязкостью жидкости. Первоначально длина трещина

увеличивается в связи с понижением вязкости закачиваемой жидкости, а впоследствии, достигнув определенного значения, начинает убывать.

В работах А.В. Татосова, А.С. Шляпкина и А.В. Татосова [84, 85] рассматривается смешанная PKN-KGD-модель, учитывающая фильтрационные просачивания жидкости разрыва и наличие примеси расклинивающего агента. Выявлено, что присутствие частиц в гидроразрывной жидкости влияет на процесс раскрытия трещины. При закупоривании трещины ее рост может прекратиться. Уменьшение объемного содержания частиц приводит к более длительному росту трещины.

Ученые Пермского политехнического университета Хижняк Г.П и Диенг А. [92] разработали математическую модель, которая позволяет определить эффективность использования ГРП. Предложенный метод позволяет спрогнозировать начальный дебит нефти после проведения ГРП по значениям технологических параметров, таких как содержание воды в извлекаемой нефти, давление в пласте до проведения ГРП, удельный расход расклинивающего агента, неоднородность пласта, давление на забое, при котором трещина начинает смыкаться и дебит жидкости до ГРП. Установлено, что на значение начального дебита нефти после гидроразрыва основное влияние оказывают удельный расход пропанта, неоднородность пласта, давление смыкания на забое и дебит скважины до ГРП. Сравнение результатов, полученных при моделировании, с промысловыми данными выявило близость этих значений. Отклонение модельных значений дебита нефти от промысловых составляет в среднем 8,86 %.

1.3. Теория фильтрации

В середине двадцатого века началось систематическое изучение особенностей фильтрации флюидов. Французский ученый Дарси экспериментально выявил линейную зависимость между скоростью просачивания воды и перепадом напора на входе и выходе на примере

песчаного фильтра. В дальнейшем был сформулирован закон фильтрации флюида в пористой среде, получивший его имя

$$v = -kI,$$

где: v – скорость фильтрации, k – коэффициент фильтрации, характеризующий проницаемость пористой среды в отношении фильтрации воды, I – градиент напора.

Позже, многие ученые занимались выявлением связи между коэффициентом фильтрации и структурой грунта, а также исследовали границы применимости данного закона.

Опираясь на закон Дарси, Ж. Дюпюи в 60-е годы XIX века, провел теоретические исследования фильтрации и получил формулу для определения дебита скважин [26]. Для установившегося плоскорадиального течения формула представляется в виде

$$Q = -\frac{2\pi kh(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{r_c}},$$

где Q – объёмный расход жидкости, $\text{м}^3/\text{с}$; k – проницаемость пласта, м^2 ; h – толщина пласта, м ; p_k – пластовое давление на контуре питания радиусом R_k , Па ; p_c – давление на стенке скважины в продуктивном пласте (забойное давление), Па ; μ – динамическая вязкость жидкости, $\text{Па} \cdot \text{с}$; r_c – радиус скважины, м ; R_k – радиус дренирования, м .

Большой вклад в развитие теории фильтрации внес Ч. Сликтер. Им была рассмотрена модель фиктивного грунта [95] в качестве упрощенной модели пористой среды, а также рассмотрены свойства и способность горных пород пропускать жидкость при перепаде давления.

Исследования американского ученого М. Маскета внесли существенный вклад в развитие теории фильтрации. Маскетом впервые было рассмотрено течение флюида к вертикальной трещине, неограниченной длины, в условиях стационарной фильтрации. В своих работах [131, 132] он рассматривал методы

определения проницаемости и пористости горных пород, вывел основные дифференциальные уравнения движения однородных жидкостей, описал поведение трехмерного потока жидкости в пористой среде.

Основателями русской школы теории фильтрации являются Н.Е. Жуковский, Н.Н. Павловский и Л.С. Лейбензон. Именно их исследования заложили фундамент для развития отечественной школы теории фильтрации.

Н.Е. Жуковский положил начало исследованию течений грунтовых вод со свободной поверхностью. В работе им было предложено (см. [42]) рассматривать грунт в виде сплошной среды, а также введено понятие массовой силы сопротивления потоку со стороны окружающей пористой среды, и на основании уравнений Эйлера течения идеальной жидкости выведены дифференциальные уравнения для описания процесса фильтрации в пористой среде.

Н.Н. Павловский изучал теорию фильтрации в гидротехническом направлении. В его фундаментальной монографии [74], опубликованной в 1922 году, движение грунтовых вод в пористой среде рассматривалось в рамках смешанных краевых задач теории аналитических функций с применением аппарата конформных отображений. В качестве критерия существования закона Дарси Павловским Н.Н. было предложено использовать параметр Рейнольдса.

Л.С. Лейбензон [58], один из учеников Н.Е. Жуковского, по праву считается основоположником отечественной подземной гидромеханики, основателем теории фильтрации применительно для проблем нефтяных и газовых месторождений. Одни из первых его работ были посвящены прикладным вопросам теории упругости и прочности, движению газов и газированной жидкости в пористой среде. Его исследования являются фундаментом нефтегазовой подземной гидравлики.

В.Н. Щелкачев – выдающийся ученый, ученик Л.С. Лейбензона, проводил исследования по изучению установившегося и неустойчивого взаимодействия скважин, сформулировал понятие о единой пластовой

водонапорной системе, ввел понятия переменного условного радиуса влияния скважины, который характеризует размеры непрерывно изменяющейся области влияния скважины после ее пуска или остановки. Его исследования [106] в области теории упругого режима работы углеводородного пласта дополнили исследования Маскета [61] и усовершенствовали методы гидродинамических исследований пластов.

Модель фильтрации В.Н. Щелкачева (модель классического упругого режима фильтрации) для плоскорадиального потока к вертикальной скважине имеет вид

$$\frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = \frac{\chi}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p(r,t)}{\partial r} \right),$$

где $\chi = \frac{k}{\mu\beta}$ – коэффициент пьезопроводности, характеризующий скорость распределения давления в пористой среде (k – коэффициент проницаемости, μ – коэффициент вязкости, β – коэффициент упругоёмкости скелета породы).

Исследовательские работы советских ученых С.А. Христиановича [94], Б.Б. Лапука [107], И.А. Чарного [95], которые были посвящены рассмотрению и решению проблем по теории фильтрации в нефтегазоводоносных пластах, стали основополагающими при подготовке научных и инженерных кадров для нефтегазовой промышленности.

С.А. Христиановичем была предложена модель фильтрации для пластов, которые не удается отнести к изотропным по строению [94]. В данной модели нестационарная фильтрация несжимаемой жидкости описывается уравнением гиперболического типа с конечной скоростью распространения возмущений. Для плоскорадиального потока уравнение для давления имеет вид

$$\tau_q \frac{\partial^2 p(r,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = \frac{\chi}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p(r,t)}{\partial r} \right),$$

где τ_q – время запаздывания изменения (релаксации) скорости.

В дальнейшем, Ю.П. Молоковичем и П.П. Осиповым [64] была предложена двухрелаксационная модель, учитывающая два времени релаксации: по скорости – τ_q , и по давлению – τ_p . Неустановившееся плоскорадиальная фильтрация несжимаемой жидкости описывается дифференциальным уравнением параболического типа с бесконечной скоростью распространения возмущений

$$\tau_q \frac{\partial^2 p(r,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = \frac{\chi}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(p(r,t) + \tau_p \frac{\partial p(r,t)}{\partial r} \right) \right].$$

Большой вклад в развитие теории фильтрации нефти и газа внесли ученые: Г.И. Баренблатт [20], К.С. Басниев [26], Ю.П. Борисов [28], Ю.П. Желтов [41], А.Х. Мирзаджанзаде [63], А.М. Пирвердян [77] и другие. Работы этих ученых внесли значительный вклад в развитие подземной гидромеханики, что способствовало ускоренному развитию нефтегазодобывающей промышленности в СССР.

Для описания фильтрации в трещинно-поровых коллекторах, в отечественной практике, наибольшее распространение получила модель Г.И. Баренблатта – Ю.П. Желтова [21]. В случае плоскорадиальной фильтрации уравнение для давления записывается в виде

$$\frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = \frac{\chi}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \left(p(r,t) + \tau_p \frac{\partial p(r,t)}{\partial r} \right),$$

где τ_p – постоянная времени, характеризующая перераспределение жидкости между системой блоков и трещин.

Для тяжелой нефти, в 1953 году, группа бакинских ученых во главе с А.Х. Мирзаджанзаде, используя капиллярную модель среды и модель жидкости, которая описывается уравнениями Ф.П. Шведова – Э.К. Бингама для описания процесса фильтрации вязкопластических жидкостей в пористой среде, предложили модель [63]

$$\begin{cases} v(r,t) = -\frac{k}{\mu} \left(\nabla p(r,t) - \frac{g_0 \nabla p}{|\nabla p|} \right), & \nabla p > g_0, \\ v(r,t) = 0, & \nabla p \leq g_0 \end{cases},$$

где $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$, $g_0 \sim \frac{\tau_0}{d}$ – начальный градиент давления, выше которого начинается процесс фильтрации (d – характерный размер пор пористой среды, τ_0 – предельное напряжение сдвига вязкопластической жидкости). Данная модель не учитывает фильтрацию жидкости при малых градиентах давления, поэтому ее можно применять только в областях пласта, где градиент давления превышает некоторое критическое значение, т.е. где можно пренебречь фильтрацией при малых градиентах.

Большой вклад в изучение гидродинамики нефтяного пласта внесла П.Я. Полубаринова-Кочина [79, 80, 81]. Её первые работы были посвящены изучению движения жидкости в пористой среде, применению теории линейных дифференциальных уравнений к решению задач плоской установившейся фильтрации. В работе [78] рассмотрена задача о нахождении контура нефтеносности, которая заключалась в определении деформации контура в зависимости от времени, когда давление на контуре постоянно. Ряд задач плоской установившейся фильтрации были решены ею с помощью метода конформных отображений.

В работах И.А. Чарного [55, 95] были рассмотрены вопросы гидродинамической фильтрации однородных и неоднородных жидкостей, рассмотрены методы взаимодействия скважин (совершенных и несовершенных), вопросы образования и устойчивости водяных и газовых конусов, рассмотрены методы исследования вопросов неизотермической фильтрации в задачах термометрии скважин.

Аппарат функций Грина для решения задачи нестационарной фильтрации использовали А.С. Gringarten и Н.Г. Ramey [125]. Ими были предложены методы функции источника и функции Грина, которые

используются в качестве мощных инструментов при решении проблем нестационарного течения для горизонтальных скважин. В дальнейшем, в совместных работах с Raghavan R. [124, 126] полученные результаты использовались при определении полей давления в окрестности горизонтальных и вертикальных трещин.

Для горизонтальных скважин Joshi S.D. [127] предложил выделять четыре основных вида притока флюида к скважине: начальный радиальный, начальный линейный, поздний радиальный и линейный приток флюида.

В работах Н. Cinco-Ley, V.F. Samaniego, N. Dominguez [117, 118, 119, 120] рассматриваются вертикальные трещины в неограниченном однородном пласте. Для таких трещин выделяют четыре этапа фильтрационного потока в окрестности трещины (рис. 1.6):

- а) Линейный фильтрационный поток в трещине (на данном этапе флюид поступает к скважине по трещине; данный период характеризуется малой продолжительностью).
- б) Билинейный фильтрационный поток (к линейному течению вдоль трещины добавляется плоскопараллельный поток из пласта в трещину через ее поверхность; данный период зависит от проводимости трещины, поэтому он эффективно позволяет определять данный параметр).
- в) Линейное течение в пласте (течение из пористой среды в трещину через ее боковую поверхность; данный этап позволяет определить длину трещины).
- г) Псевдорadiaльный фильтрационный поток в пласте (приток флюида из отдаленных от скважины областей).

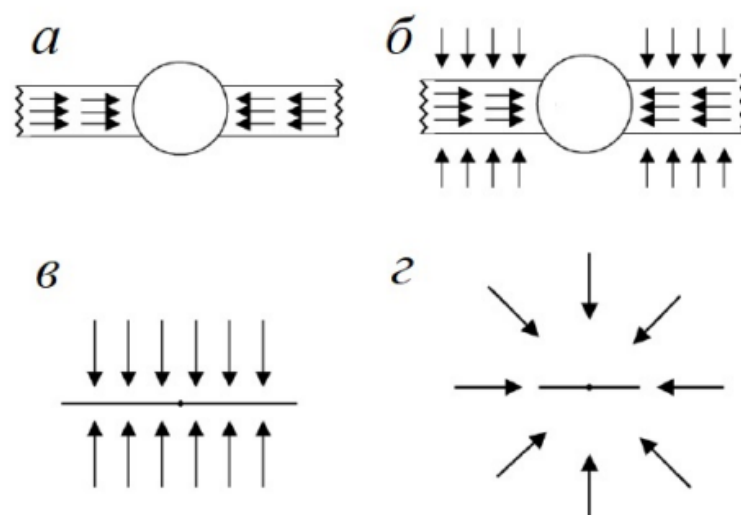


Рис. 1.6 Фильтрационные режимы течения в окрестности вертикальной трещины ГРП.

Существенный вклад в развитие математического моделирования в области разработки нефтегазовых месторождений посредством технологии гидравлического разрыва пласта внесла Р.Д. Каневская. В её работах [49, 50, 51, 52, 53] рассматриваются задачи о притоке несжимаемой жидкости к вертикальной трещине ГРП эллиптической формы в анизотропном по проводимости коллекторе. Рассмотрено влияние ориентации трещин на динамику обводнения скважин после проведения ГРП, предложена формула для определения дебита скважины в неоднородных пластах, представлен метод численного моделирования фильтрации в пласте с трещинами ГРП, определена схема выбора скважин для проведения ГРП, направленная на снижение затрат и увеличение нефтеотдачи пластов.

В.В. Мурзенко [69] на основе модели стационарной фильтрации был проведен анализ влияния трещины гидроразрыва бесконечной проводимости на эффективную продуктивность скважин. В частности, рассматривалась трехрядная, пятиточечная и девятиточечная схема расстановки скважин.

В совместной работе В.В. Мурзенко и В.М. Ентова [37] рассматривается задача стационарной фильтрации однородной жидкости при пятиточечной

схеме расстановке скважин при разработке нефтяного пласта с гидроразрывной трещиной конечной проводимости.

В работе А.А. Орлов, А.С. Русских [73] получена аналитическая модель притока жидкости для многоствольной скважины в анизотропном пласте. При притоке жидкости к многоствольной скважине возникает взаимодействие между стволами скважин. Это может приводить к интерференции между стволами, когда приток жидкости к одной скважине влияет на приток к соседним скважинам. Данная модель, учитывающая угол между стволами скважины и взаимовлияние между ними, позволяет проводить экспресс-оценку притока жидкости к многоствольной скважине, чтобы оптимизировать добычу и достичь максимального извлечения ресурсов. С помощью численных результатов установлено, что эффективная длина стволов скважины составляет 750 м. Дальнейшее увеличение длины ствола является экономически невыгодным, так как это ведет к незначительному увеличению дебита, но значительному удорожанию процесса бурения. Угол между стволами рекомендуется брать 50° .

В работе А.В. Акулича, А.В. Звягина [2] рассматривается плоская задача распространения трещины ГРП под воздействием давления вязкой жидкости. Скважина функционирует в режиме задания постоянного расхода. Жидкость закачивается в центр трещины. В задаче учитывается возможное отставание переднего фронта жидкости от конца трещины. Полученная численная модель пригодная для определения характеристик трещины ГРП. Данная модель может использоваться в случае, когда трещина ГРП криволинейная или меняет направление при взаимодействии с неоднородностями среды, как случай – наличие естественного разлома пласта.

В работе И.В. Евсюткина, Н.Г. Маркова [36] для прогноза значений дебитов скважин предложено использовать глубокие нейронные сети. Анализируя полученные данные, можно заключить, что использование искусственных нейронных сетей позволяет повысить точность прогноза

значений дебитов, при планировании показателей производства нефтедобывающего предприятия.

В работе [44] рассматривается прогнозирование пластового давления посредством искусственного интеллекта. Данная методика позволяет определять величину давления без остановки скважины на исследование, позволяет исследовать процесс формирования пластового давления в различные периоды разработки углеводородного пласта.

В работе И.Л. Хабибуллин, А.А. Хисамов [87] рассматривается модель билинейного режима фильтрации из пласта в скважину. Трещина гидроразрыва пласта расположена вертикально. Рассматривается случай, когда в скважине поддерживается постоянное давление. Аналитические решения для распределения давления в пласте и в трещине получены с помощью метода преобразования Лапласа. С помощью полученных решений можно исследовать, какое влияние на дебит скважины и на распределение давления в трещине и коллекторе оказывают фильтрационно-емкостные свойства породы и трещины гидроразрыва. В статье тех же авторов [88] рассмотрен процесс нестационарной фильтрации в пластах с гидроразрывной трещиной. Модель построена на основании сжимаемой жидкости и фильтрации флюида не только в трещине, но и в пласте. Получены точные решения для эволюции давления вокруг скважины, пересеченной вертикальной трещиной.

В работах В.И. Астафьева с соавторами [12–16] рассматриваются задачи моделирования фильтрации в пластах подверженных гидравлическому разрыву пласта. В работе Е.В. Андрияновой, В.И. Астафьева [7] рассмотрен вывод граничных условий, которые позволяют построить модель процесса фильтрации для однородно несжимаемой жидкости при нарушении целостности (сплошности) нефтяного пласта. Трещина рассматривается как узкая протяженная область, отличающаяся по проницаемости от пласта. Трещина может быть получена как в результате тектонического нарушения, так и в результате технологического процесса. Полученные граничные

условия подходят для трещин различной проводимости. Полученные в данной работе формулы, можно использовать для решения задачи фильтрации для всевозможного расположения несплошности и скважины.

В работе тех же авторов [6] рассмотрено моделирование процесса фильтрации из окружающей пористой среды к скважине при наличии трещин разной проницаемости. Исследован характер процесса фильтрации для различных значений проницаемости трещины, определен коэффициент продуктивности скважин, получено аналитическое выражение для определения скин-фактора скважины, который определяет величину дополнительного перепада давления в результате отклонения течения от плоскорадиального из-за наличия трещины.

В работе [10] построена численная модель системы добычи нефти в пластах с техногенными трещинами разрыва (авто ГРП). Модель включает в себя три скважины: две из которых добывающие, одна нагнетательная. Установлено, что при закачке (отборе) в низкопроницаемых коллекторах с низкой проницаемостью наблюдается локальное повышение (понижение) давления на небольших расстояниях от скважин с техногенными трещинами гидроразрыва. Установлено, что нагнетательные скважины, находящиеся на расстоянии от добывающих скважин на расстоянии 300 – 500 метров не оказывают влияние на их работу. В коллекторах со сверхнизкой проницаемостью и с низкими фильтрационными свойствами при наличии значительного количества глинистых пропластков в породе, установлено, что чем ниже эффективная проницаемость пласта и меньше коэффициент песчаности пласта, тем больше разница давления между добывающими и нагнетательными скважинами.

В работе И.К. Гималтдинов, А.М. Ильясов [33] предложена математическая модель динамики давления в трещине гидроразрыва после прекращения в нее закачивания гидроразрывной жидкости. Предложенная модель учитывает потери давления на вязкое трение в прискважинной области трещины, потери, возникающие из-за наличия перфорационных отверстий, а

также вследствие искривления траектории самой трещины. В работе представлены аналитические решения, описывающие динамику падения давления в трещине ГРП и в призабойной зоне после прекращения закачки гидроразрывной жидкости при монотонном и колебательном режимах течения в трещине.

В работе [11] решена нестационарная гидродинамическая задача для случая сферически радиального течения вязкопластичной нефти в изотропном пласте. Установлено, что после мгновенной остановки скважины, восстановление давления в залежи происходит в два этапа. В конце первого этапа зона возмущения давления начинается от скважины и доходит до контура питания, в конце второго этапа достигается статическое давление во всем объеме продуктивного коллектора. Полученные функции для восстановления давления зависят от пространственной координаты и от времени. И для первого и для второго этапов дифференциальные уравнения фильтрации решены при определенных начальных и граничных условиях, приняты законы распределения давления в дренажной зоне и используются соответствующие интегральные соотношения. Также определены формулы для определения времени восстановления давления в пласте на каждом из этапов и получено выражение для восстановления давления на забое скважины.

В.Ш. Шагаповым и З.М. Нагаевой в [98] построена математическая модель нестационарной фильтрации в вертикальной трещине ГРП. Получено решение типа гармонических волн для распределения давления по трещинам гидроразрыва.

$$P_f = P_0 + A_{(w)}^{(p)} e^{-\delta_f x} \cos(\omega t - k_f x),$$

где

$$k_f = \sqrt{2 \frac{m_p}{m_f} \frac{\sqrt{\alpha_p \omega}}{\alpha_f d_f}} \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right),$$

$$\delta_f = \sqrt{2 \frac{m_p}{m_f} \frac{\sqrt{\alpha_p \omega}}{\alpha_f d_f}} \sin\left(\frac{3\pi}{8}\right).$$

Также получено решение для распределения давления в пористой и проницаемой среде вблизи трещины

$$P_p = P_0 + A_{(w)}^{(p)} e^{-\delta_f x - \delta_p y} \cos(\omega t - k_f x - k_p y),$$

где

$$k_p = \delta_p = \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_p}}.$$

Эти же авторы в своей работе [100] рассматривают решение задачи нестационарной фильтрации при упругом режиме разработки. Получены точные решения для распределения давления в трещине ГРП при снижении давления на скважине с дальнейшим удержанием заданного значения и при работе скважины в режиме постоянного расхода. При рассмотрении процесса фильтрации жидкости в случае внезапного снижения давления на забое скважины, получено решение, описывающее динамику давления в трещине

$$\Delta P_f^{(n)} = \Delta P_{f(w)}^{(n)} \text{Gil}(z), \quad z = \sqrt{\frac{A}{2}} x t^{-1/4}$$

где $\text{Gil}(z)$ – специальная функция, равная

$$\text{Gil}(z) = 1 - \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin(z\eta^{1/4})}{\eta} \exp(-\eta - z\eta^{1/4}) d\eta.$$

Также представлены формулы, позволяющие определить величину расхода нефти на единицу длины высоты трещины q и добытого объема нефти за время t .

$$q = -\frac{3.6}{\pi} \left(d_f k_f \sqrt{m_p k_p} / \sqrt{\mu^3 \rho_0 C^2} \right)^{1/2} \frac{\Delta P_{f(w)}}{t^{1/4}},$$

$$V = -\frac{4.8}{\pi} \sqrt{\frac{A}{2}} \frac{d_f h_f k_f \Delta P_{f(w)}}{\mu} t^{3/4},$$

где $\Delta P_{f(w)}$ – постоянное давление, которое поддерживается на забое скважины.

Для описания процесса фильтрации жидкости к скважине из трещины гидроразрыва при работе скважины в режиме постоянного расхода, получено решение, описывающее распределение давления в трещине в следующем виде

$$\Delta P_f = -\frac{t^{1/4} q \mu}{\sqrt{A/2} d_f k'_f} \text{Zil}(z), \quad z = \sqrt{\frac{A}{2}} x t^{-1/4}$$

где

$$\text{Zil}(z) = \int_z^{\infty} \text{Gil}(z') dz'$$

$$\text{Gil}(z') = 1 - \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin(z' \eta^{1/4})}{\eta} \exp(-\eta - z' \eta^{1/4}) d\eta$$

и закон распределения давления на забое скважины

$$P_{f(w)} = P_0 - 0.78 \left(\sqrt{\mu^3 \rho_0 C^2} / d_f k_f \sqrt{m_p k_p} \right)^{1/2} q t^{1/4},$$

где q – расход жидкости на единицу высоты трещины.

В работе тех же авторов [101] на основе теоретической модели фильтрации флюида в трещине ГРП, методом ПССС рассматривается та же задача по отбору флюида при тех же режимах работы скважины. При сравнении точных и приближенных решений видна их хорошая согласованность.

В работе В.Ш. Шагапова, О.В. Дударевой [102] рассматривается задача нелинейной фильтрации с предельным градиентом давления. Изучено влияние депрессии на нефтеотдачу пластов с учетом эффектов нелинейной фильтрации. Установлено, что при перепаде давления, равному 10 МПа происходит уменьшение дебита скважины, при повышении значения перепада давления в течение суток до 15 МПа, дебит увеличивается на 70%. При дальнейшей работе скважины при значении перепада давления 15 МПа наблюдается снижение объемного дебита скважины. Для повышения нефтеотдачи пластов необходимо уменьшить значение предельного градиента давления.

Также стоит отметить работы по моделированию процесса ГРП и исследованию фильтрации жидкости в пласте и трещине ГРП [8, 9, 17, 19, 30, 47, 48, 57, 70, 71, 72, 96, 97, 99, 103, 104, 108, 109, 112, 114, 115, 116, 121, 128, 133, 134, 135, 139, 140, 141, 142, 144, 145, 146, 148, 149, 150, 152].

1.4. Фильтрация флюида к горизонтальной скважине

Если в 20-м веке операции гидроразрыва проводились только на вертикальных и наклонно – направленных скважинах, то в 21-м веке ГРП стали проводить и на горизонтальных скважинах [50].

Ось горизонтальной скважины проходит между кровлей и подошвой продуктивного пласта и расположена под углом 80-100⁰ относительно вертикали. В зависимости от геолого-физических условий продуктивного пласта, горизонтальная скважина может быть закончена открытым стволом, спуском перфорированного хвостовика, спуском эксплуатационной колонны с последующим цементированием и перфорацией.

Как правило, горизонтальные скважины распространены на месторождениях со сложными геолого-физическими условиями: низкая проницаемость породы, тяжелая высоковязкая нефть, возможность конусообразования воды и газа. Горизонтальные окончания скважин располагаются выше подошвенной воды, что позволяет увеличить срок безводной эксплуатации скважин за счет регулирования процессов обводнения. В коллекторах с естественными трещинами горизонтальные скважины позволяют вовлечь их в единую дренажную систему, тем самым увеличить площадь дренирования. В случае высокопроницаемых коллекторов, для которых характерны высокие скорости флюидов в стволе скважины, горизонтальные скважины позволяют снизить эти скорости, которые являются причиной турбулизации газового потока при увеличении дебита скважин [45]. Также, использование горизонтальных скважин при разработке нефтяных месторождений позволяет вести разработку в

труднодоступных местах (водные объекты, населенные пункты, санитарно – защитные зоны, заболоченные места и прочее), а также уменьшить количество скважин на месторождениях.

Моделирование фильтрации вблизи горизонтальных скважин является одной из сложных задач. Разработка методик для получения достоверного расчета объёмов добычи углеводородов, является важной и актуальной задачей для нефтяной отрасли.

Одни из первых исследований по определению дебита горизонтальных скважин были проведены И.А. Чарным (см. [105]). Для горизонтального ствола, расположенного симметрично относительно кровли и подошвы полосообразного пласта, была предложена формула

$$Q = \frac{2\pi kL}{\mu B} \cdot \frac{p_k - p_c}{\left[\frac{2\pi H}{h} + \ln \frac{h}{2\pi r_c} \right]},$$

где L – длина скважины, h – толщина пласта, k – проницаемость пласта, p_k – давление на контуре питания, p_c – забойное давление, r_c – радиус скважины, μ – динамическая вязкость флюида, H – расстояние от скважины до границы пласта, B – объемный коэффициент нефти.

Данная формула справедлива для одиночной скважины, дренирующей полубесконечный пласт при отсутствии гидродинамически изолированных и слабо дренируемых зон в радиусе контура питания скважины.

Позднее А.М. Пирвердян (см. [77, 105]) рассмотрел аналогичную задачу, когда одна из границ является проницаемой, а вторая непроницаема и получил следующее выражение

$$Q = \frac{2\pi kL}{\mu B} \cdot \frac{p_k - p_c}{\left[\frac{2\pi H}{h} + \ln \frac{h}{2\pi r_c} + \frac{1}{2} \ln \frac{2}{1 - \cos \frac{\pi(2a - r_c)}{h}} \right]},$$

где a – расстояние от оси горизонтального ствола до кровли. При симметричном расположении ствола по толщине $a = h/2$.

Приток жидкости к горизонтальным скважинам в исследованиях И.А. Чарного и А.М. Пирвердяна рассматривается для скважин бесконечной длины в пластах конечной толщины. Поэтому, данные формулы дают большую погрешность при определении дебита горизонтальной скважины конечной длины. Полученные формулы применимы только для полособразного пласта.

Более универсальная методика определения дебита горизонтальной скважины, расположенной симметрично относительно кровли и подошвы продуктивного ствола, была предложена Ю.П. Борисовым и В.П. Табаковым (см. [28, 105]). По результатам их исследований было найдено достаточно простое решение для определения дебита горизонтальной скважины, имеющей круговой контур питания и не зависящий от её длины

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu B} \cdot \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{4R_k}{L} + \frac{h}{L} \ln \frac{h}{2\pi r_c}},$$

где R_k – контур питания скважины.

F.M. Giger (см. [105, 123]) представил свою формулу для определения дебита горизонтальной скважины, допустив, что контур питания имеет эллипсообразный вид, а не круговой

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu B} \cdot \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{L}{2R_k}\right)^2}}{\frac{L}{2R_k}} + \frac{h}{L} \ln \frac{h}{2\pi r_c}},$$

где R_k – большая полуось эллипса, представляющая контур питания.

Автором еще одной методики расчета дебита одиночной горизонтальной скважины является S. D. Joshi [127]. Формула для

определения дебита изотропного пласта в допущении, что большая полуось эллипса равновелика по площади круга с радиусом дренирования R_K имеет следующий вид

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu B} \cdot \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}}{\frac{L}{2}} + \frac{h}{L} \ln \frac{h}{2r_c}}$$

где a – большая полуось эллипса контура питания

$$a = \frac{L}{2\sqrt{2}} \left[1 + \sqrt{1 + 4 \left(\frac{2R_K}{L} \right)^4} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Для анизотропного пласта формула имеет вид

$$q = \frac{2\pi k_\Gamma h}{\mu B} \cdot \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}}{\frac{L}{2}} + \frac{\beta^2 h}{L} \ln \frac{\beta h}{2r_c}},$$

где $\beta = \sqrt{\frac{k_\Gamma}{k_B}}$ – коэффициент анизотропии, k_Γ – проницаемость пласта по горизонтали, k_B – проницаемость пласта по вертикали.

Формулы Joshi применимы с допущением, что горизонтальный ствол скважины является прямолинейным и его длина значительно превышает нефтенасыщенную толщину продуктивного пласта.

Также известна методика для определения дебита горизонтальных скважин, предложенная G.I. Renard и J.M. Dupuy [143]

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu B} \cdot \frac{p_k - p_c}{\operatorname{arcch}(x) + \frac{h}{L} \ln \frac{h}{2\pi r_c}},$$

где $x = \frac{2a}{L}$, $a = \frac{L}{2\sqrt{2}} \left[1 + \sqrt{1 + 4 \left(\frac{2R_K}{L} \right)^4} \right]^{\frac{1}{2}}$.

Для анизотропного пласта ими была предложена формула

$$q = \frac{2\pi k_{\Gamma} h}{\mu B} \cdot \frac{p_k - p_c}{\operatorname{arcch}(x) + \frac{\beta h}{L} \ln \frac{\beta h}{2\pi r'_C}},$$

где $r'_C = \frac{1 + \beta}{2\beta} r_C$, $\beta = \sqrt{\frac{k_{\Gamma}}{k_B}}$ – коэффициент анизотропии, k_{Γ} – проницаемость пласта по горизонтали, k_B – проницаемость пласта по вертикали.

В работе С.А. Герасименко, А.В. Стрекалов, А.С. Самойлов [32] рассматривается приток в горизонтальной скважине с трещиной гидроразрыва с учетом развивающегося потока в трещине, а также исследована зависимость значения удельного дебита от зенитного угла трещины гидроразрыва. С помощью полученной модели можно спрогнозировать эволюцию распределения давления по трещине и переток флюида в системе «пласт – трещина ГРП – скважина», с учетом её линейных размеров.

Морозов П.Е. в своей работе [65] рассматривает задачу нестационарной фильтрации флюида к многосекционной горизонтальной скважине. В работе получено полуаналитическое решение задачи, проанализировано какое влияние на кривые изменения давления оказывает вскрытие и закрытие клапанов, регулирующих приток. В работе [67] рассматривается задача нестационарной фильтрации к несовершенной вертикальной скважине, при работе скважины в режиме постоянного дебита в неоднородном пласте с непроницаемой кровлей и подошвой.

Численное решение прямой и обратной задачи при фильтрации флюида к горизонтальной скважине рассматривается в работах П.Е. Морозова, М.Х. Хайруллина, М.Н. Шамсиева [66, 68]. Предложен подход для расчета гидродинамических характеристик горизонтальных скважин, позволяющий оценить фильтрационные параметры пласта без идентификации режимов течения.

В работе М.Х. Хайруллина, М.Н. Шамсиева, Е.Р. Бадертдиновой, А.И. Абдуллина [89] рассмотрена математическая модель процесса тепломассопереноса между пластом и горизонтальной скважиной. Предложен метод термогидродинамических исследований горизонтальных скважин и нефтяных пластов на основе интерпретации кривых изменения температуры во времени. Данный метод позволяет определять проницаемость неоднородного пласта и определять приток флюида вдоль ствола горизонтальной скважины.

З.С. Алиевым и В.В. Шереметом [5] разработаны теоретические основы разработки месторождений системой горизонтальных скважин, вскрывших газовые и нефтегазовые пласты, по которым можно прогнозировать показатели разработки. Представлены методы, позволяющие определять производительность горизонтальных скважин, с учетом нелинейной фильтрации, посредством расчета дебита скважин, расположенных в анизотропном пласте на произвольном расстоянии от его кровли и подошвы. Выявлено, что смещение ствола скважины от середины пласта к его кровле или подошве незначительно снижает показатель дебита. Также рассматривается зависимость дебита скважины от расположения ствола скважины относительно боковых границ пласта. Установлено, что при смещении ствола из центра в сторону одной из границ пласта влечет снижение дебита. Также выявлено влияние степени вскрытия полосообразного пласта на значение дебита горизонтальной скважины, установлена зависимость дебита скважины от отношения длины пласта к его ширине. Представлена методика определения дебита горизонтальной скважины при неустановившейся

нелинейной фильтрации, определение минимального забойного давления в зоне перехода ствола из горизонтального в вертикальное положение, при котором, учитывая потери давления в стволе, обеспечивается допустимый градиент давления.

В работе В.А. Васильева и А.Е. Верисокина [29] рассматривается технология проведения «струйного» (объединение технологий обычного ГРП и гидropескоструйной перфорации) гидроразрыва пласта в горизонтальных скважинах, дан анализ проведению ГРП применительно к месторождениям в Западной Сибири. Представлены результаты гидродинамического моделирования ГРП в начальной части горизонтального ствола скважины. Также предложена методика для предварительного выбора горизонтальных скважин-кандидатов для струйного ГРП и представлена схема развития трещины ГРП в фильтровой части горизонтальной скважины относительно естественного поля напряжений продуктивного пласта.

Эффективность гидроразрыва пласта на горизонтальных скважинах оказалась успешной, что позволило перейти к внедрению многостадийного разрыва пласта (МГРП). Многостадийный разрыв пласта проводится на горизонтальных скважинах в низкопроницаемых коллекторах. Трещины создают в нескольких точках горизонтальной скважины, проходящей через продуктивный пласт, что позволяет увеличить контактирование скважины с пластом [25, 27].

В работе М. Р. Хамидуллин, А.Б. Мазо и К.А. Поташев [90] представлена двумерная модель фильтрации флюида в призабойной зоне горизонтальной скважины с многозонным гидроразрывом пласта, учитывающая фильтрацию внутри трещины и вязкое течение внутри скважины, а также предложен численный метод расчета дебита скважины. Предложенная модель может применяться для определения радиуса трещин и для определения эффективности проведения многозонной стимуляции пласта. Трехмерная математическая модель стационарной фильтрации однофазной жидкости рассматривается в работах этих же авторов [59, 91]. Модель включает в себя

горизонтальную скважину, стимулированную трансверсальными трещинами (трещинами, перпендикулярными направлению скважины) МГРП. В работе проведен анализ влияния на продуктивность скважины параметров трещины МГРП и самой скважины. Данная модель и конечнообъемный метод ее численной реализации применим и для двухфазной фильтрации.

В работе К.А. Поташева с соавторами [82] рассматривается трехмерная задача притока пластового флюида к трещинам бесконечной проницаемости многозонной стимуляции пласта с помощью трубок тока. Полагается, что приток флюида к скважине происходит только через боковые стенки трещин, а ствол скважины между трещинами неперфорированный. Задача сводится к двумерной постановке в горизонтальной плоскости за счет моделирования пространственной фильтрации в пласте с помощью одномерных трубок.

ГЛАВА 2. О ДИНАМИКЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЛН ДАВЛЕНИЯ В ТРЕЩИНЕ ГИДРОРАЗРЫВА, РАСПОЛОЖЕННОЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО К ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ

2.1. Постановка задачи и построение математической модели

Рассмотрим вертикальную трещину, образованную в результате проведения операции гидравлического разрыва пласта. Трещина расположена между плоскостями, которые перпендикулярны к горизонтальной цилиндрической скважине (рис. 2.1). Предполагается, что трещина бесконечной протяженности симметрична относительно ствола скважины и ее размеры не изменяются вследствие закрепления её, например, пропантом. Течение в трещине, инициированное функционированием скважины, радиально симметричное. Относительно пласта, окружающего трещину, вносим следующие предположения: пласт считаем однородным с постоянной проницаемостью, а скелет гидроразрывной трещины и самой породы будем считать несжимаемым.

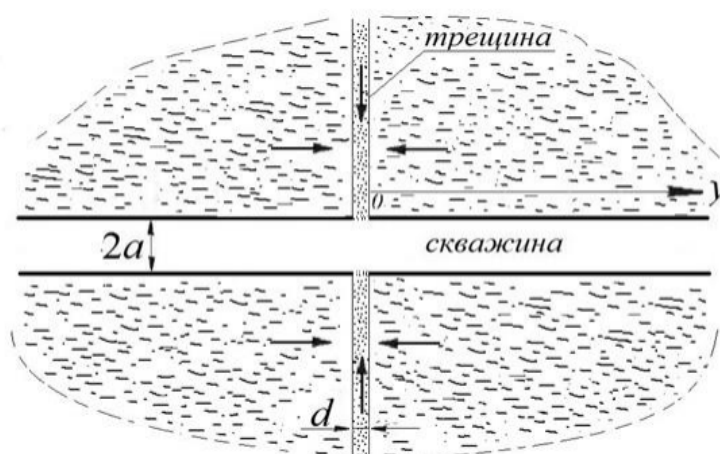


Рис. 2.1 Схема взаимного расположения скважины и трещины ГРП

Для линий направления тока фильтрационного потока в пласте делаем следующие допущения:

- 1) линии тока полагаем прямыми;
- 2) линии тока направлены перпендикулярно к границе гидроразрывной трещины.

Данное допущение основано на том, что проницаемость пласта k_p на несколько порядков ниже, чем проницаемость в трещине ГРП k_f . Вследствие этого, составляющая скорости фильтрации $v_{p(r)}$ в пласте, вблизи трещины, вдоль нее значительно меньше, чем скорость фильтрации v_f в трещине ($|v_{p(r)}| < |v_f|$). В пункте 4.2 будет представлен более детальный анализ для диапазона расстояния r и времени t , когда линии тока в пласте вблизи трещины ГРП почти прямые.

Рассмотрим уравнение неразрывности для флюида в гидроразрывной трещине

$$\frac{\partial(m_f \rho_f)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho_f v_f)}{\partial r} = -2 \frac{\rho_p v_p}{d_f} \Big|_{y=0}, \quad a < r, \quad (2.1.1)$$

где для параметров пласта, трещины и скважины примем следующие обозначения: a – радиус скважины, m_f – пористость флюида в трещине, m_p – пористость флюида в пористой среде, ρ_p – плотность флюида в пласте, ρ_f – плотность флюида в трещине, v_p – скорость фильтрации флюида в пласте, v_f – скорость фильтрации флюида в трещине.

Отметим, что выражение, стоящее в правой части уравнения (2.1.1), выражает переток жидкости в системе «трещина – пласт».

Для определения данного слагаемого решим сопряженную фильтрационную задачу в пласте вне трещины. Запишем уравнение неразрывности в пористой среде:

$$\frac{\partial(m_p \rho_p)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_p v_p)}{\partial y} = 0, \quad 0 < y < \infty. \quad (2.1.2)$$

Считаем, что ось Oy отсчитывается от стенки трещины.

Полагаем трещину симметричной, и в силу данного допущения будем рассматривать фильтрацию жидкости только с одной её стороны (рис. 2.2).

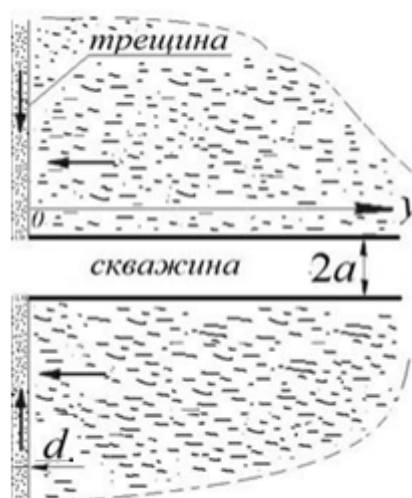


Рис. 2.2 Схема области течения (1/2 часть области фильтрации)

Фильтрацию в трещине и пласте опишем с помощью закона Дарси. В силу предположений, что жидкость у нас ньютоновская, а скорости небольшие

$$v_f = -\frac{k_f}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial r}, \quad a < r < \infty, \quad (2.1.3)$$

$$v_p = -\frac{k_p}{\mu} \frac{\partial P_p}{\partial y}, \quad a < r < \infty, \quad 0 < y < \infty, \quad (2.1.4)$$

где для параметров трещины и пласта примем следующие обозначения: k_p – коэффициент проницаемости пласта, k_f – коэффициент проницаемости трещины, μ – динамическая вязкость флюида, P_f – давление жидкости в трещине, P_p – давление жидкости в пласте.

В пласте и в гидроразрывной трещине сжимаемость флюида будем учитывать в акустическом приближении

$$P_p - P_0 = C^2(\rho_p - \rho_0), \quad (2.1.5)$$

$$P_f - P_0 = C^2(\rho_f - \rho_0),$$

где P_0 и ρ_0 – давление и плотность в равновесной неподвижной среде, соответственно, C – скорость распространения звука. Относительно флюида делаем допущение, что он слабо сжимаемый, то есть не подвержен значительным изменениям объема при изменении давления, то есть, $|\rho_i - \rho_0| \ll \rho_i \approx \rho_0$, где $i = p, f$. Нижние индексы p и f , здесь и в дальнейшем, относятся к значениям параметров в пласте и трещине ГРП, соответственно.

Подставляя закон Дарси (2.1.3) – (2.1.4) и условие для сжимаемости жидкости (2.1.5) в уравнения (2.1.1) и (2.1.2), получим систему, описывающую фильтрационный процесс в гидроразрывной трещине и окружающей пористой среде:

$$\frac{\partial P_f}{\partial t} = \frac{\alpha_f}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_f}{\partial r} \right) + 2 \frac{m_p}{m_f} \frac{\alpha_p}{d_f} \left(\frac{\partial P_p}{\partial y} \right) \Big|_{y=0}, \quad (a < r < \infty), \quad (2.1.6)$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial t} = \alpha_p \frac{\partial^2 P_p}{\partial y^2}, \quad (a < r < \infty, \quad 0 < y < \infty), \quad (2.1.7)$$

где α_i – коэффициент пьезопроводности, который характеризует скорость перераспределения давления при упругом режиме разработки

$$\alpha_i = \frac{k_i \rho_0 C^2}{m_i \mu} \quad (i = f, p).$$

Отметим, что функция, описывающая распределение давления в трещине P_f , представляет собой функцию двух переменных t и r , а функция P_p , описывающая эволюцию давление в пласте, есть функция трех переменных t, r , и y .

Введем следующие краевые условия:

1) пластовое давление P_p на поверхности стенки трещины должно быть равно давлению в трещине P_f ,

$$P_p = P_f \quad (a < r < \infty, \quad y = 0). \quad (2.1.8)$$

2) вдали от трещины пластовое давление считаем однородным и совпадающим с начальным значением P_0 ,

$$P_p = P_0 \quad (a < r < \infty, \quad y = \infty). \quad (2.1.9)$$

Решаем уравнение (2.1.7), применяя принцип Дюамеля [86]. Решение данного уравнения, которое удовлетворяет начальному и граничному условиям

$$P_p = P_0 \quad (t \leq t_0, \quad 0 < y < \infty), \quad (2.1.10)$$

$$P_p = P_f \quad (t > t_0, \quad y = 0),$$

может быть представлено в виде

$$P_p - P_0 = \int_{t_0}^t \frac{\partial u(y, t - \tau)}{\partial t} (P_f(\tau, r) - P_0) d\tau, \quad (2.1.11)$$

где

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\alpha^2} d\alpha - \text{функция ошибок,}$$

$$u(y, t - \tau) = 1 - \Phi\left(\frac{y}{2\sqrt{\alpha_p(t - \tau)}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{y}{2\sqrt{\alpha_p(t - \tau)}}}^{+\infty} e^{-\alpha^2} d\alpha.$$

Из уравнения (2.1.11), интегрируя по частям, получим

$$\begin{aligned} P_p - P_0 &= -(P_f(\tau, r) - P_0)u(y, t - \tau)\Big|_{\tau=t_0}^t + \\ &+ \int_{t_0}^t u(y, t - \tau) \frac{\partial (P_f(\tau, r) - P_0)}{\partial \tau} d\tau = \\ &= -(P_f(t, r) - P_0)u(y, 0) + (P_f(t_0, r) - P_0)u(y, t - t_0) + \end{aligned}$$

$$+ \int_{t_0}^t u(y, t - \tau) \frac{\partial(P_f(\tau, r) - P_0)}{\partial \tau} d\tau.$$

Так как

$$u(y, 0) = 0$$

и

$$P_f(t_0, r) - P_0 = 0,$$

то,

$$P_p - P_0 = \int_{t_0}^t \frac{\partial(P_f(\tau, r) - P_0)}{\partial \tau} u(y, t - \tau) d\tau. \quad (2.1.12)$$

Поскольку

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(1 - \Phi \left(\frac{y}{2\sqrt{\alpha_p(t-\tau)}} \right) \right) = -\Phi' \left(\frac{y}{2\sqrt{\alpha_p(t-\tau)}} \right) \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{\alpha_p(t-\tau)}} \right),$$

следовательно,

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{y^2}{4\alpha_p(t-\tau)}} \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{\alpha_p(t-\tau)}} \right) \Big|_{y=0} = -\frac{1}{\sqrt{\pi\alpha_p(t-\tau)}}. \quad (2.1.13)$$

Из (2.1.12) с учетом (2.1.13) следует

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_p}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\int_{t_0}^t \frac{\partial(P_f(\tau, r) - P_0)}{\partial \tau} u(y, t - \tau) d\tau \right), \\ \left. \frac{\partial P_p}{\partial y} \right|_{y=0} &= - \int_{t_0}^t \frac{\partial(P_f(\tau, r) - P_0)}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi\alpha_p(t-\tau)}}. \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

Подставляя (2.1.14) в уравнение (2.1.6) и считая $t_0 = -\infty$, получим линейное интегро-дифференциальное уравнение для распределения давления в трещине P_f , в следующем виде

$$\frac{\partial P_f}{\partial t} = \frac{\alpha_f}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_f}{\partial r} \right) - 2 \frac{m_p \alpha_p}{m_f d_f} \int_{-\infty}^t \frac{\partial (P_f(\tau, r) - P_0)}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi \alpha_p (t - \tau)}}. \quad (2.1.15)$$

2.2. Распространение гармонических волн давления в гидроразрывной трещине

Уравнение (2.1.15) представляет собой линейное уравнение для функции

$$\Delta P_f = P_f - P_0. \quad (2.2.1)$$

Пусть возмущение давления в скважине меняется по гармоническому закону, то есть

$$P_{(w)} - P_0 = A_{(w)}^{(p)} \cos(\omega t) = \operatorname{Re}(A_{(w)}^{(p)} e^{-i\omega t}) \quad (2.2.2)$$

где индекс (w) соответствует значениям параметров на забое скважины.

Вводим следующие допущения:

- 1) считаем, что источник гармонических волн функционирует продолжительное время;
- 2) в силу предыдущего допущения, считаем, что в пласте (вблизи трещины) и в самой гидроразрывной трещине устанавливаются периодические колебания (начальные условия в трещине и в пласте «забываются»).

В результате на основе указанных выше предположений будем искать решение, описывающее распространение давления в трещине, удовлетворяющее граничному условию (2.2.2) при $r = a$.

Решение интегро-дифференциального уравнения (2.1.15) будем искать в виде бегущей волны

$$\Delta P_f = \operatorname{Re}(A_f^{(p)}(r) e^{-i\omega t}). \quad (2.2.3)$$

Подставляя (2.2.3) в (2.1.15), получим

$$-i\omega A_f^{(p)}(r)e^{-i\omega t} = \frac{1}{r} \mathfrak{a}_f \left(\left(A_f^{(p)}(r) \right)' e^{-i\omega t} + r \left(A_f^{(p)}(r) \right)'' e^{-i\omega t} \right) + \\ + 2 \frac{m_p \mathfrak{a}_p}{m_f d_f} \cdot \int_{-\infty}^t \frac{i\omega A_f^{(p)}(r) e^{-i\omega \tau} d\tau}{\sqrt{\pi \mathfrak{a}_p (t - \tau)}}.$$

Сделав замену $t - \tau$ на η^2 , получим следующий интеграл

$$\int_{-\infty}^t \frac{e^{-i\omega \tau} d\tau}{\sqrt{\pi \mathfrak{a}_p (t - \tau)}} = \frac{2e^{-i\omega t}}{\sqrt{\pi \mathfrak{a}_p}} \int_0^{+\infty} e^{-i\omega \eta^2} d\eta.$$

Правая часть данного выражения сводится к интегралам Френеля [56]

$$\int_0^{+\infty} \cos \xi^2 d\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}},$$

и

$$\int_0^{+\infty} \sin \xi^2 d\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}.$$

Окончательно получим

$$\frac{2e^{-i\omega t}}{\sqrt{\pi \mathfrak{a}_p}} \int_0^{+\infty} e^{-i\omega \eta^2} d\eta = \frac{\sqrt{2}e^{-i\omega t}}{\sqrt{\omega \mathfrak{a}_p}} \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2} \right).$$

С учетом всех преобразований имеем

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} A_f^{(p)} \right) = z^2 A_f^{(p)}. \quad (2.2.4)$$

Для определения упругоёмкости для системы «трещина ГРП–пласт» введем следующий параметр

$$z^2 = -i \left(\frac{\omega}{\mathfrak{a}_f} + \frac{2}{d_f} \frac{m_p}{m_f} \frac{\sqrt{\mathfrak{a}_p}}{\mathfrak{a}_f} \sqrt{i\omega} \right).$$

Исследуя зависимость параметра z^2 от круговой частоты, можно сделать вывод, что упругоёмкость флюида, находящегося в трещине ГРП, не

существенна $\left(\frac{\omega}{\mathfrak{a}_f} \ll |z^2| \right)$ в плане распространения гармонических колебаний

для частот, удовлетворяющих условию

$$\omega \ll \omega_*,$$

где

$$\omega_* = 4 \frac{m_p^2 \alpha_p}{m_f^2 d_f^2} \quad (2.2.5)$$

Поскольку для случаев, представляющих практический интерес, данное условие всегда выполняется, в дальнейшем для параметра z^2 будем использовать выражение

$$z^2 = \frac{2}{d_f} \frac{m_p}{m_f} \frac{\sqrt{\alpha_p}}{\alpha_f} \sqrt{-i\omega}. \quad (2.2.6)$$

Выразим из (2.2.6)

$$z = \sqrt{\chi_f} \omega^{\frac{1}{4}} e^{\frac{3\pi i}{8}}, \quad \text{где} \quad \chi_f = \frac{2}{d_f} \frac{m_p}{m_f} \frac{\sqrt{\alpha_p}}{\alpha_f}. \quad (2.2.7)$$

Решение уравнения (2.2.4) будет иметь вид [86]

$$A_f^{(p)} = C_1 I_0(zr) + C_2 K_0(zr),$$

где

$$I_0(z) \simeq \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}, \quad K_0(z) \simeq \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x}, \quad x \rightarrow \infty$$

– модифицированные функции Бесселя нулевого порядка первого и второго рода соответственно. Учитывая ограниченность ΔP_f на бесконечности, имеем $C_1 = 0$. Тогда

$$A_f^{(p)} = C_2 K_0(zr).$$

Учитывая, что давление на бесконечности равно невозмущенному значению, то есть

$$P_f = P_0 \quad \text{или} \quad \Delta P_f = 0 \quad (r = \infty), \quad (2.2.8)$$

а также, что решение уравнения (2.2.4) в соответствии с выражением (2.2.2) и условием (2.2.8) должно удовлетворить следующим граничным условиям

$$A_f^{(p)} = A_{(w)}^{(p)} \quad (r = a) \quad \text{и} \quad A_f^{(p)} = 0 \quad (r = \infty), \quad (2.2.9)$$

получим

$$P_0 + A_{(w)}^{(p)} e^{-i\omega t} = P_0 + C_2 K_0(za) e^{-i\omega t}.$$

Выразим C_2

$$C_2 = \frac{A_{(w)}^{(p)}}{K_0(za)}.$$

В результате решение уравнения (2.2.4) будет иметь вид

$$A_f^{(p)} = A_{(w)}^{(p)} \frac{K_0(zr)}{K_0(za)}, \quad (2.2.10)$$

где

$$K_0(zr) = \int_0^{\infty} \exp(-zr \operatorname{ch}(\xi)) d\xi.$$

Здесь $K_0(zr)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка второго рода.

С учетом выражения (2.2.10) решение (2.2.3) представляется в следующем виде

$$\Delta P_f = A_f^{(p)} \cos(\omega t - \Delta\varphi_f), \quad (2.2.11)$$

где

$$A_f^{(p)} = A_{(w)}^{(p)} \left| \frac{K_0(zr)}{K_0(za)} \right|, \quad \Delta\varphi_f = \arg \left(\frac{K_0(zr)}{K_0(za)} \right).$$

При дальнейших вычислительных расчетах, приведенных в данной главе, для параметров пласта, трещины и скважины используются значения, которые представлены в таблице 1, в качестве флюида рассматривается нефть.

Таблица 1. Параметры системы «скважина-трещина-пласт»

Параметр	Обозначение	Значение	Единицы измерения
Плотность флюида	ρ_0	860	кг/м ³
Вязкость	μ	10 ⁻²	Па·с
Ширина трещины	d_f	10 ⁻²	м

Параметр	Обозначение	Значение	Единицы измерения
Проницаемость пласта	k_p	10^{-15}	м^2
Проницаемость трещины	k_f	10^{-10}	м^2
Пористость пласта	m_p	10^{-1}	д. ед.
Пористость трещины	m_f	10^{-1}	д. ед.
Радиус скважины	a	10^{-1}	м

На рис. 2.3 представлено распределение безразмерной амплитуды $\Delta_f = \frac{A_f^p}{A_{(w)}^{(p)}}$ колебаний давления по радиальной координате r , для различных значений круговой частоты. Линия 1 соответствует значению круговой частоты $\omega = 10^{-4} \text{ с}^{-1}$, линия 2 соответствует значению $\omega = 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, линия 3 соответствует значению $\omega = 10^{-2} \text{ с}^{-1}$.

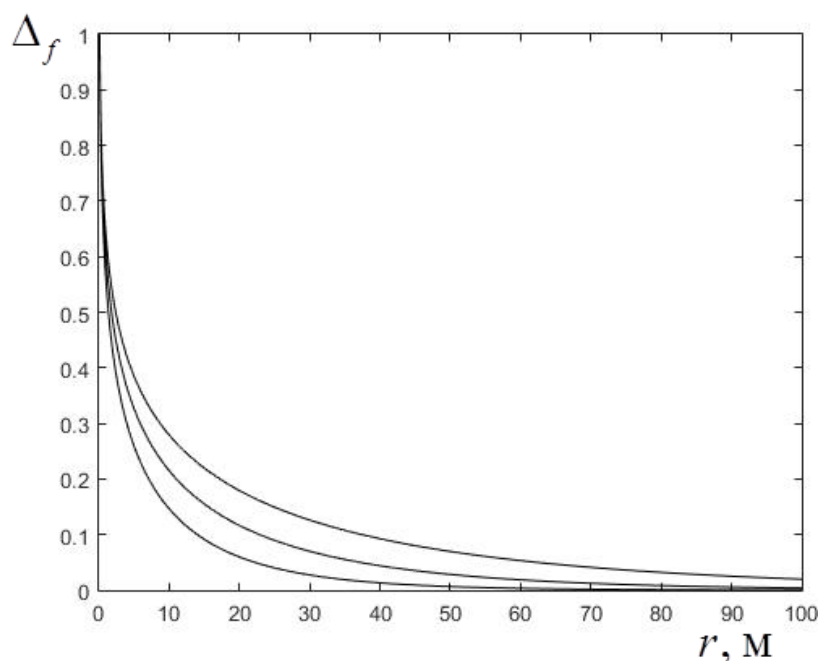


Рис. 2.3 График распределения безразмерной амплитуды колебаний давления Δ_f вдоль трещины при различных значениях круговой частоты.

На рис.2.4 представлена эволюция безразмерных полей давления $\frac{\Delta P_f}{A_{(w)}^{(p)}}$ в трещине в соответствии с решением (2.2.11) при значении круговой частоты $\omega = 10^{-3} \text{ с}^{-1}$. Линии 1, 2, 3, 4 и 5, соответствуют следующим фазам колебаний давления в скважине $\omega t = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi$.

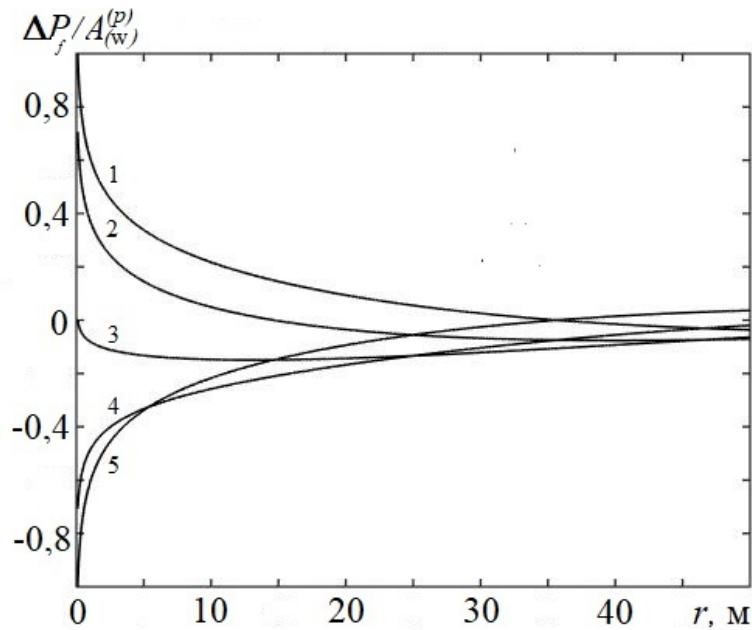


Рис. 2.4 График эволюции безразмерных полей возмущений давления в трещине $\frac{\Delta P_f}{A_{(w)}^{(p)}}$ в течение полупериода колебаний давления в скважине.

На основе системы (2.1.6), (2.1.7) с учетом решения (2.2.11) получаем решение для распределения давления в пористой среде вблизи трещины

$$P_p = P_0 + A_{(w)}^{(p)} \left| \frac{K_0(zr)}{K_0(za)} \right| e^{-\delta y} \cos(\omega t - \Delta\varphi_f - ky), \quad (2.2.12)$$

где

$$k = \delta = \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_p}}.$$

Следовательно, в каждой точке пористой среды ($r > a, y > 0$) наблюдаются гармонические колебания давления с амплитудой

$$A_p^{(p)} = A_{(w)}^{(p)} \left| \frac{K_0(zr)}{K_0(za)} \right| e^{-\delta y} \quad (2.2.13)$$

и со сдвигом по фазе от колебаний давления в скважине

$$\Delta\varphi_p = \Delta\varphi_f + ky. \quad (2.2.14)$$

На рис.2.5 представлено распределение безразмерной амплитуды давления $\Delta_p = \frac{A_p^{(p)}}{A_{(w)}^{(p)}}$ по координате y при значении круговой частоты $\omega = 10^{-3} \text{ с}^{-1}$. Линии 1, 2, 3, 4 соответствуют значениям радиальной координаты $r = 0.1, 10, 20, 50$ м, соответственно, где r – расстояние от скважины.

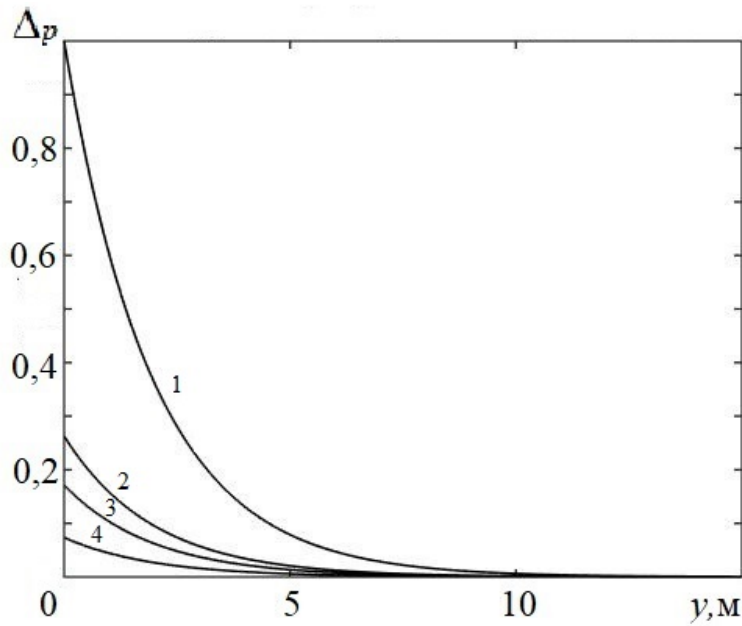


Рис. 2.5 График распределения безразмерной амплитуды колебаний давления Δ_p в пласте в зависимости от расстояния до трещины y при различных значениях r – расстояния от скважины

2.3. Распространение гармонических волн давления в однородной пористой и проницаемой среде при отсутствии трещины

Для сравнительного анализа рассмотрим распространение гармонических волн в однородной пористой и проницаемой среде при отсутствии трещины. Уравнение фильтрации в этом случае для осесимметричного упругого режима фильтрационного течения имеет вид

$$\frac{\partial P_p}{\partial t} = \frac{\alpha_p}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_p}{\partial r} \right) \quad (a < r < \infty). \quad (2.3.1)$$

Давление в скважине меняется по закону, аналогичному (2.2.2), а на бесконечности удовлетворяет условию (2.2.8). Решение будем искать в следующем виде:

$$\Delta \tilde{P}_p = \tilde{P}_p - P_0 = \operatorname{Re} \left(\tilde{A}_p^{(p)}(r) e^{-i\omega t} \right) \quad (a < r < \infty). \quad (2.3.2)$$

Подставляя (2.3.2) в (2.3.1), получим уравнение для $\tilde{A}_p^{(p)}$ в виде

$$-\frac{i\omega}{\alpha_p} \tilde{A}_p^{(p)} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\tilde{A}_p^{(p)}}{dr} \right). \quad (2.3.3)$$

Общее решение уравнения (2.3.3) будет иметь вид

$$\tilde{A}_p^{(p)} = C_1 I_0 \left(r \sqrt{\frac{i\omega}{\alpha_p}} \right) + C_2 K_0 \left(r \sqrt{\frac{i\omega}{\alpha_p}} \right),$$

где $I_0 \left(r \sqrt{\frac{i\omega}{\alpha_p}} \right)$, $K_0 \left(r \sqrt{\frac{i\omega}{\alpha_p}} \right)$ – модифицированные функции Бесселя нулевого порядка [86].

Учитывая ограниченность ΔP_p на бесконечности, имеем $C_1 = 0$, т.е.

$$\tilde{A}_p^{(p)} = C_2 K_0 \left(r \sqrt{\frac{i\omega}{\alpha_p}} \right).$$

Его решение, удовлетворяющее выше отмеченным граничным условиям, будет иметь вид

$$\tilde{A}_p^{(p)} = A_{(w)}^{(p)} \frac{\left| K_0 \left(r \sqrt{\frac{i\omega}{\alpha_p}} \right) \right|}{\left| K_0 \left(a \sqrt{\frac{i\omega}{\alpha_p}} \right) \right|}, \quad (2.3.4)$$

где $K_0(z) = \int_0^\infty e^{-z \operatorname{ch} \xi} d\xi$.

Подставляя (2.3.4) в (2.3.2), получим решение, описывающее распространение давления вокруг скважины, в виде

$$\Delta \tilde{P}_p = \tilde{A}'_p \cos(\omega t - \Delta \tilde{\varphi}_p), \quad (2.3.5)$$

$$\text{где } \tilde{A}'_p = A_{(w)}^{(p)} \frac{\left| K_0 \left(r \sqrt{\frac{i\omega}{\alpha_p}} \right) \right|}{\left| K_0 \left(a \sqrt{\frac{i\omega}{\alpha_p}} \right) \right|}, \quad \Delta \tilde{\varphi}_p = \arg \left(\frac{K_0 \left(r \sqrt{\frac{i\omega}{\alpha_p}} \right)}{K_0 \left(a \sqrt{\frac{i\omega}{\alpha_p}} \right)} \right).$$

На рис. 2.6 представлены распределения безразмерной амплитуды колебаний давления $\Delta_f = \frac{A'_f}{A_{(w)}^{(p)}}$ по трещине (сплошные линии) и $\tilde{\Delta}_p = \frac{\tilde{A}'_p}{A_{(w)}^{(p)}}$ в пористой проницаемой среде при отсутствии трещины (пунктирные линии) при различных значениях круговой частоты. Для параметров пласта и круговой частоты колебаний давления в скважине использованы прежние значения. Линии 1, 2, 3 соответствуют значениям круговой частоты $\omega = 10^{-4}, 10^{-3}$ и 10^{-2} с^{-1}

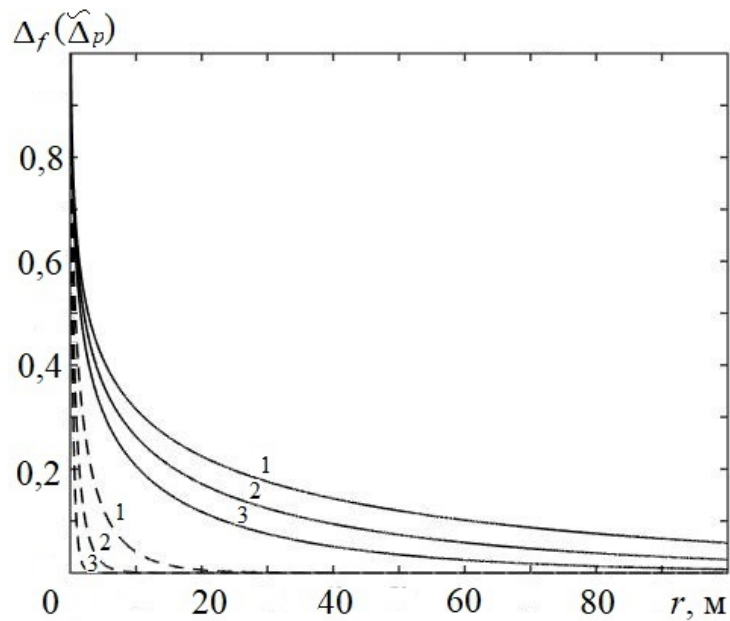


Рис. 2.6 График распределения безразмерной амплитуды колебаний давления Δ_f вдоль трещины (сплошные линии) и в пласте $\tilde{\Delta}_p$ при отсутствии трещины (пунктирные линии) при различных значениях круговой частоты.

Из сравнения графиков, представленных на рис. 2.6 следует, что характерное расстояние затухания гармонических возмущений давления, распространяющихся вдоль трещины, может значительно превышать аналогичное расстояние от скважины при отсутствии радиальной трещины. В частности, из анализа графиков затухания амплитуд колебаний давления, приведенных на рис. 2.6 видно, что если амплитуда волны с круговой частотой $\omega = 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ в пласте при отсутствии трещины составляет 10 % от амплитуды волны на скважине на расстоянии около 5 метров, то в случае распространения волны по трещине амплитуда волны составляет 10 % от амплитуды волны на скважине на расстоянии около 80 метров.

Выводы по второй главе

- Выведено интегро-дифференциальное уравнение, представляющее собой математическую модель для нестационарной фильтрации флюида в трещине гидроразрыва, расположенной перпендикулярно к горизонтальной скважине в пористой и проницаемой среде. Течение в трещине радиально симметричное. Предполагается, что трещина симметрична относительно ствола скважины, пласт однородный, жидкость слабо сжимаемая.
- Изучено распространение гармонических колебаний от скважины по трещине ГРП. Рассмотрены расходящиеся от скважины гармонические волны в однородном пласте при отсутствии трещины ГРП. Проведен сравнительный анализ с решением типа гармонических волн при наличии трещины ГРП. На основе анализа решений типа гармонических волн в трещинах, находящихся в низкопроницаемых пластах и расположенных перпендикулярно скважине, показано, что трещины для низкочастотных колебаний давления в скважине являются волновым каналом.
- Проанализировано распределение безразмерной амплитуды $\Delta_f = \frac{A'_f{}^p}{A_{(w)}^{(p)}}$ и $\tilde{\Delta}_p = \frac{\tilde{A}'_p{}^p}{A_{(w)}^{(p)}}$ (при отсутствии трещины) по радиальной координате r .
- Изучено распределение безразмерной амплитуды колебаний давления Δ_p в пласте в зависимости от расстояния до трещины y при различных значениях расстояния от скважины.

ГЛАВА 3. УПРУГИЙ РЕЖИМ ФИЛЬТРАЦИИ ФЛЮИДА В ТРЕЩИНЕ ГИДРОРАЗРЫВА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ СКВАЖИНЫ

3.1. Фильтрация флюида в трещине гидравлического разрыва пласта при повышении давления на скважине

Изучение особенностей гидродинамических полей в системе трещин ГРП, перпендикулярных стволам скважин, наиболее актуально на горизонтальных участках скважин.

Рассмотрим начальный этап фильтрационных процессов при скачкообразном повышении давления на забое скважины на постоянную величину $\Delta P_{f(w)} = P_{f(w)} - P_0$ (P_0 , $P_{f(w)}$ – начальное давление в пласте и давление на забое скважины). Данный этап характеризуется тем, что возмущения давления в пластах вблизи соседних трещин ГРП, обусловленные повышением давления в скважине, слабо взаимодействуют. Кроме того, влияние дальней границы трещины на фильтрационные процессы в ней незначительно. Эти предположения позволяют принять краевые условия для давления в пласте и трещине ГРП: $P_f = P_p = P_0$ при $r \rightarrow \infty$, $y \rightarrow 0$, где r – радиальная координата; y – координата, отсчитываемая от внешней границы трещины. В пункте 4.2 будут приведены оценки для критического времени, определяющего область применимости построенных аналитических решений.

Интегро-дифференциальное уравнение (2.1.15) для возмущения давления $\Delta P_f = P_f - P_0$ является линейным. Оно может быть использовано для описания как процесса нагнетания жидкости из скважины в трещину ГРП ($\Delta P_f > 0$), так и для процесса отбора флюида из пласта в трещину и далее в скважину при откачке ($\Delta P_f < 0$).

Рассмотрим режим нагнетания жидкости в пласт через гидроразрывную трещину, при котором в момент времени $t = 0$ происходит скачкообразное повышение давления на забое скважины на величину $\Delta P_{f(w)}$ и далее поддерживается постоянным.

На практике такой режим можно реализовать путем повышения уровня жидкости в устье скважины относительно уровня h_0 , который соответствует условию равновесия жидкости в системе “скважина – трещина ГРП”, на величину $\Delta h_{(w)}$. Значение $\Delta h_{(w)}$ можно определить из выражения $\Delta P_{f(w)} = \rho_0 g \Delta h_{(w)}$ (g – ускорение свободного падения). Далее этот уровень $h_0 + \Delta h_{(w)}$ поддерживается путем подачи в скважину объема жидкости, который соответствует объему расхода флюида, нагнетаемого из скважины в трещину.

Проведем оценку времени, когда можно пренебречь слагаемым в левой части интегро-дифференциального уравнения (2.1.15). Определим при каких значениях t_* выполняется следующее неравенство

$$\left| 2 \frac{m_p \alpha_p}{m_f d_f} \int_0^t \frac{\partial \Delta P_f(\tau; r)}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi \alpha_p (t - \tau)}} \right| \gg \left| \frac{\partial \Delta P_f}{\partial t} \right|.$$

Заметим, что

$$\frac{\left| 2 \frac{m_p \sqrt{\alpha_p}}{\sqrt{\pi} m_f d_f} \int_0^t \frac{\partial \Delta P_f(\tau; r)}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{(t - \tau)}} \right|}{\left| \frac{\partial \Delta P_f}{\partial t} \right|} \sim \left| \frac{2 m_p \sqrt{\alpha_p}}{\sqrt{\pi} m_f d_f} \sqrt{t_*} \right|.$$

Следовательно,

$$\sqrt{t_*} = \frac{m_f d_f \sqrt{\pi}}{2 m_p \sqrt{\alpha_p}}.$$

Справедлива следующая оценка

$$\tilde{t} \gg t_*, \quad t_* = \frac{m_f^2 d_f^2 \pi}{4m_p^2 \alpha_p}.$$

Для нефтяного пласта с параметрами: $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$, $k_f = 10^{-10} \text{ м}^2$, $m_p = m_f = 10^{-1}$, $d_f = 3 \times 10^{-3} \text{ м}$, $\mu = 10^{-2} \text{ Па} \times \text{с}$, $\rho_0 = 860 \text{ кг/м}^3$, получим, что $t_* \approx 0,004 \text{ с}$. При рассмотрении критического времени для предельного значения ширины трещины $d_f = 10^{-2} \text{ м}$ при проницаемости пласта $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$ получим $t_* \approx 0,04 \text{ с}$. При исследовании зависимости критического времени от проницаемости пласта можно сделать вывод, что при увеличении проницаемости пласта, критическое время уменьшается. Для трещины шириной $d_f = 3 \times 10^{-3} \text{ м}$ при проницаемости пласта $k_p = 10^{-14} \text{ м}^2$ значение критического времени равно $t_* \approx 0,0004 \text{ с}$, а для пласта с проницаемостью $k_p = 10^{-16} \text{ м}^2$ равно $t_* \approx 0,04 \text{ с}$. Следовательно, значение критического времени уменьшается с улучшением фильтрационно-ёмкостных характеристик нефтяного пласта.

Так как в данной задаче, как и в большинстве задач, представляющих практический интерес, рассматриваются времена больше данного значения (минуты, часы, сутки), следовательно, процесс фильтрации жидкости по трещине ГРП от скважины (или к скважине) можно рассматривать с учетом равенства нулю левой части уравнения (2.1.15).

Пусть в исходном состоянии ($t < 0$) жидкость в гидроразрывной трещине и окружающем пласте находится в состоянии равновесия ($v_i = 0$, $P_i = P_0$, $i = f, p$). В момент времени $t = 0$ давление в скважине $P_{f(w)}$ изменяется на величину $\Delta P_{f(w)}$ и далее поддерживается постоянным $P_{f(w)} = P_0 + \Delta P_{f(w)} = \text{const}$.

С учетом приведенных допущений интегро-дифференциальное уравнение (2.1.15) и система начальных и граничных условий для него принимают следующий вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Delta P_f}{\partial r} \right) = \frac{2}{d_f} \frac{m_p}{m_f} \frac{\varkappa_p}{\varkappa_f} \int_0^t \frac{\partial \Delta P_f}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi \varkappa_p (t - \tau)}}, \quad a < r < \infty; \quad (3.1.1)$$

$$\Delta P_f = 0, \quad t \leq 0, \quad r > a; \quad (3.1.2)$$

$$\Delta P_f = \Delta P_{f(w)}, \quad t > 0, \quad r = a, \quad (3.1.3)$$

где

$$\Delta P_f = P_f - P_0.$$

Используя преобразование Лапласа [34]

$$\Delta \bar{P}_f = \int_0^\infty e^{-\lambda t} \Delta P_f dt,$$

из уравнения (3.1.1) с учетом начальных и граничных условий (3.1.2), (3.1.3) получим обыкновенное дифференциальное уравнение для $\Delta \bar{P}_f$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d \Delta \bar{P}_f}{dr} \right) = \chi_f \sqrt{\lambda} \Delta \bar{P}_f, \quad \chi_f = \frac{2}{d_f} \frac{m_p}{m_f} \frac{\sqrt{\varkappa_p}}{\varkappa_f}. \quad (3.1.4)$$

Решение уравнения (3.1.4) будет иметь вид [86]

$$\Delta \bar{P}_f(\lambda, r) = C_1 I_0(\sqrt{\chi_f \sqrt{\lambda} r}) + C_2 K_0(\sqrt{\chi_f \sqrt{\lambda} r}), \quad (3.1.5)$$

где $I_0(z)$, $K_0(z)$ – модифицированные функции Бесселя нулевого порядка первого и второго рода, соответственно.

Учитывая ограниченность ΔP_f на бесконечности, имеем $C_1 = 0$.

Следовательно,

$$C_2 = \frac{\Delta \bar{P}_f}{K_0(\sqrt{\chi_f \sqrt{\lambda} a})}.$$

Из условия (3.1.3) следует, что

$$C_2 = \frac{\Delta P_{f(w)}}{\lambda K_0 \left(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda a} \right)}.$$

С учетом найденных значений C_1 и C_2 решение (3.1.5) принимает следующий вид

$$\Delta \bar{P}_f = \frac{\Delta P_{f(w)}}{\lambda} \frac{K_0 \left(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda r} \right)}{K_0 \left(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda a} \right)}, \quad a < r < \infty. \quad (3.1.6)$$

Для нахождения самой функции ΔP_f используем формулу обращения Меллина [56] (формулу обратного преобразования Лапласа)

$$\Delta P(t; r) = \frac{1}{2\pi i} \int_l \Delta \bar{P}(\lambda; r) e^{\lambda t} d\lambda,$$

где l – вертикальная прямая $\operatorname{Re} \lambda = \gamma$, $\gamma > 0$, изображенная на рис. 3.1.

Тогда искомое решение запишется в следующем виде

$$\Delta P_f(t; r) = \frac{\Delta P_{f(w)}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{K_0 \left(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda r} \right)}{K_0 \left(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda a} \right)} \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} d\lambda, \quad (a < r < \infty). \quad (3.1.7)$$

Интеграл (3.1.7) понимается в смысле главного значения Коши.

Подынтегральная функция в (3.1.7) является однозначной и аналитической в плоскости с разрезом вдоль отрицательной части действительной оси. Согласно теореме Коши интегрирование вдоль отрезка $(\gamma - i\sigma; \gamma + i\sigma)$ можно заменить интегрированием вдоль любой кривой, которая оканчивается точками $\gamma \pm i\sigma$ и не пересекает разрез. Целесообразно использовать контур, изображенный на рис. 3.2. Данный контур состоит из дуг AC и FB , окружности радиуса R , двубережного разреза CD и EF и окружности радиуса ε , $(-\pi < \varphi < \pi)$.

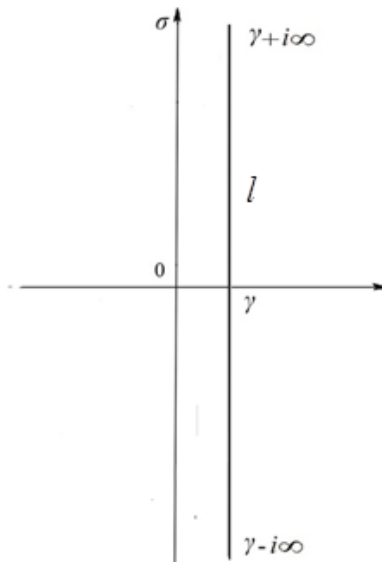


Рис. 3.1 Прямая, вдоль которой ведется интегрирование

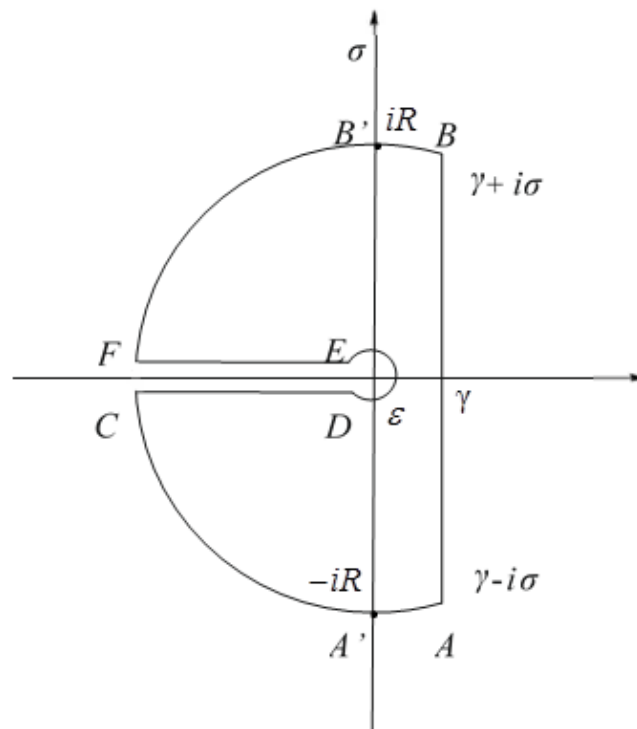


Рис.3.2 Контур интегрирования

Для вычисления интеграла (3.1.7) рассмотрим сумму интегралов

$$\int_{\gamma-i\sigma}^{\gamma+i\sigma} \frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}r}\right) e^{\lambda t}}{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}a}\right) \lambda} d\lambda = \int_{AC} \frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}r}\right) e^{\lambda t}}{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}a}\right) \lambda} d\lambda + \int_{CD} \frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}r}\right) e^{\lambda t}}{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}a}\right) \lambda} d\lambda +$$

$$+ \int_{DE} \frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}r}\right) e^{\lambda t}}{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}a}\right) \lambda} d\lambda + \int_{EF} \frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}r}\right) e^{\lambda t}}{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}a}\right) \lambda} d\lambda + \int_{FB} \frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}r}\right) e^{\lambda t}}{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}a}\right) \lambda} d\lambda$$

Рассмотрим интеграл по малой окружности DE . Принимая во внимание, что $\lambda = \varepsilon e^{i\varphi}$, а функция $K_0(z)$ при $z \rightarrow 0$ эквивалентна $\ln \frac{1}{z}$, получим

$$\int_{DE} \frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}r}\right) e^{\lambda t}}{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}a}\right) \lambda} d\lambda = i \int_{DE} \frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f r^4 \sqrt{\varepsilon} e^{i\frac{\varphi}{4}}}\right)}{K_0\left(\sqrt{\chi_f a^4 \sqrt{\varepsilon} e^{i\frac{\varphi}{4}}}\right)} e^{t\varepsilon e^{i\varphi}} d\varphi \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} i \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi = 2\pi i.$$

Покажем, что интегралы вдоль дуг AC и FB при $R \rightarrow \infty$ стремятся к нулю.

Рассмотрим интеграл по дуге FB' . Учитывая асимптотику функции

$$K_0(z) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \quad \text{при } z \rightarrow \infty,$$

получим следующее выражение:

$$\left| \int_{FB'} \frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}r}\right) e^{\lambda t}}{K_0\left(\sqrt{\chi_f\sqrt{\lambda}a}\right) \lambda} d\lambda \right| \sim \left| \int_{FB'} \sqrt{\frac{a}{r}} e^{\lambda t - \sqrt{A\sqrt{\lambda}}(r-a)} \frac{1}{\lambda} d\lambda \right|.$$

Для значений $\lambda = R e^{i\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)} \in FB'$ получим, что

$$\left| \int_{FB'} \sqrt{\frac{a}{r}} e^{\lambda t - \sqrt{A\sqrt{\lambda}}(r-a)} \frac{1}{\lambda} d\lambda \right| \leq \max_{\lambda \in FB'} \left| \sqrt{\frac{a}{r}} \frac{e^{-\sqrt{A\sqrt{\lambda}}(r-a)}}{\lambda} \right| \frac{(e^{-Rt} - 1)\pi}{2t} \rightarrow 0, \text{ при } R \rightarrow \infty.$$

При интегрировании по дуге $B'B$ имеем

$$\int_{B'B} \frac{K_0(\sqrt{\chi_f \sqrt{\lambda} r})}{K_0(\sqrt{\chi_f \sqrt{\lambda} a})} \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} d\lambda \leq \max_{\lambda \in B'B} \left| \sqrt{\frac{a}{r}} \frac{e^{\lambda t - \sqrt{A} \sqrt{\lambda} (r-a)}}{\lambda} \right| \cdot l(B'B),$$

где $l(B'B)$ – длина дуги $B'B$. Так как длина $l(B'B) \rightarrow \gamma$ при $R \rightarrow \infty$, то для значений $\lambda = R e^{i\varphi} \in B'B$ получим следующее

$$\int_{B'B} \frac{K_0(\sqrt{\chi_f \sqrt{\lambda} r})}{K_0(\sqrt{\chi_f \sqrt{\lambda} a})} \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} d\lambda \rightarrow 0, \quad \text{при } R \rightarrow \infty.$$

Аналогично можно показать стремление к нулю и интеграла по дуге AC .

Далее вычислим интегралы по отрезкам EF и CD .

На отрезке EF принимаем, что $\lambda = \rho e^{i\pi}$. Тогда

$$\int_{EF} \frac{K_0(\sqrt{\chi_f \sqrt{\lambda} r})}{K_0(\sqrt{\chi_f \sqrt{\lambda} a})} \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} d\lambda = \int_0^{+\infty} \frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f} e^{i\frac{\pi}{4}} r \rho^{\frac{1}{4}}\right)}{K_0\left(\sqrt{\chi_f} e^{i\frac{\pi}{4}} a \rho^{\frac{1}{4}}\right)} \frac{e^{-\rho t}}{\rho} d\rho.$$

После замены переменной $\rho = \frac{u^4}{\chi_f^2}$ получим

$$\int_{EF} \frac{K_0(\sqrt{\chi_f \sqrt{\lambda} r})}{K_0(\sqrt{\chi_f \sqrt{\lambda} a})} \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} d\lambda \rightarrow 4 \int_0^{+\infty} \frac{K_0(e^{i\pi/4} r u) e^{-u^4 t / \chi_f^2}}{K_0(e^{i\pi/4} a u) u} du,$$

при $r \rightarrow 0$ и $R \rightarrow +\infty$.

Интегрирование по отрезку CD проводится аналогично интегрированию по отрезку EF , только для данного отрезка принимаем $\lambda = \rho e^{-i\pi}$. В результате имеем

$$\int_{CD} \frac{K_0(\sqrt{\chi_f \sqrt{\lambda} r})}{K_0(\sqrt{\chi_f \sqrt{\lambda} a})} \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} d\lambda \rightarrow -4 \int_0^{+\infty} \frac{K_0(e^{-i\pi/4} r u) e^{-u^4 t / \chi_f^2}}{K_0(e^{-i\pi/4} a u) u} du,$$

при $r \rightarrow 0$ и $R \rightarrow +\infty$.

В итоге решение (3.1.7) можно записать в виде

$$\Delta P_f = \Delta P_{f(w)} \left[1 + \frac{2}{\pi i} \int_0^{+\infty} \left(\frac{K_0(e^{i\pi/4} ru)}{K_0(e^{i\pi/4} au)} - \frac{K_0(e^{-i\pi/4} ru)}{K_0(e^{-i\pi/4} au)} \right) \frac{e^{-u^4 t / \chi_f^2} du}{u} \right], \quad (3.1.8)$$

или, что, то же самое,

$$\Delta P_f = \Delta P_{f(w)} \left[1 + \frac{4}{\pi} \operatorname{Im} \int_0^{+\infty} \left(\frac{K_0(e^{i\pi/4} ru)}{K_0(e^{i\pi/4} au)} \right) \frac{e^{-u^4 t / \chi_f^2} du}{u} \right].$$

Решение (3.1.8) описывает эволюцию распределения давления в трещине.

Используя решение (3.1.8), для расхода жидкости в скважине через трещину

$$q = -2\pi a d_f \frac{k_f}{\mu} \left(\frac{\partial \Delta P_f}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} \quad (3.1.9)$$

получаем

$$q = -4i a d_f \frac{k_f}{\mu} \Delta P_{f(w)} \times \int_0^{+\infty} \left(\frac{K_1(e^{i\pi/4} au)}{K_0(e^{i\pi/4} au)} e^{i\pi/4} - \frac{K_1(e^{-i\pi/4} au)}{K_0(e^{-i\pi/4} au)} e^{-i\pi/4} \right) \cdot e^{-u^4 t / \chi_f^2} du, \quad (3.1.10)$$

с учетом того, что производная модифицированной функции Бесселя нулевого порядка второго рода равна модифицированной функции Бесселя первого порядка второго рода, взятой с противоположным знаком $K_1(z) = -K_0'(z)$ (см. [86]).

3.1.1. Фильтрация флюида при отсутствии трещин гидроразрыва

Для проведения анализа эффективности трещин ГРП приведем решение рассмотренной задачи для скважины с открытым участком протяженностью

l_p при отсутствии трещины гидроразрыва. Основные уравнения фильтрации плоскорадиальной задачи для открытого участка будут иметь следующий вид

$$\frac{\partial \Delta P_p}{\partial t} = \frac{\alpha_p}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Delta P_p}{\partial r} \right), \quad v_p = -\frac{k_p}{\mu} \frac{\partial \Delta P_p}{\partial y}, \quad a < r < \infty, \quad (3.1.11)$$

а краевые условия

$$\begin{aligned} \Delta P_p &= 0, & t \leq 0, & \quad a < r; \\ \Delta P_p &= \Delta P_{p(w)}, & t > 0, & \quad r = a. \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

Задача (3.1.11) также решается, как и для случая с трещиной ГРП, с помощью преобразования Лапласа. Из уравнения (3.1.11) с учетом краевых условий (3.1.12) получаем обыкновенное дифференциальное уравнение для $\Delta \bar{P}_p$

$$\lambda \Delta \bar{P}_p = \frac{\alpha_p}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d \Delta \bar{P}_p}{dr} \right). \quad (3.1.13)$$

Решение уравнения (3.1.13) имеет вид

$$\Delta \bar{P}_p = C_1 I_0 \left(\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha_p}} r \right) + C_2 K_0 \left(\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha_p}} r \right). \quad (3.1.14)$$

Учитывая ограниченность ΔP_p на бесконечности, имеем $C_1 = 0$. Тогда уравнение (3.1.14) принимает вид

$$\Delta \bar{P}_p = \frac{\Delta P_{p(w)}}{\lambda K_0 \left(\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha_p}} a \right)} K_0 \left(\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha_p}} r \right), \quad a < r < \infty. \quad (3.1.15)$$

Для определения функции ΔP_p используем формулу Меллина [34]. Искомое решение принимает вид

$$\Delta P_p = \frac{\Delta P_{p(w)}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{K_0 \left(\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha_p}} r \right)}{K_0 \left(\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha_p}} a \right)} \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} d\lambda. \quad (3.1.16)$$

Интегрировать будем по контуру, как и для случая с трещиной ГРП. Интегралы по дугам AC и FB стремятся к нулю, интеграл по малой окружности DE равен $2\pi i$.

Вычислим интеграл по отрезку EF

$$\int_{EF} \frac{K_0\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha_p}} r\right)}{K_0\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha_p}} a\right)} \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} d\lambda = \left| \lambda = \rho e^{i\pi} \right| = \int_0^{+\infty} \frac{K_0\left(\frac{\rho^{\frac{1}{2}} e^{i\frac{\pi}{2}} r}{\sqrt{\alpha_p}}\right)}{K_0\left(\frac{\rho^{\frac{1}{2}} e^{i\frac{\pi}{2}} a}{\sqrt{\alpha_p}}\right)} \frac{e^{-\rho t}}{\rho} d\rho.$$

После замены $\rho = \alpha_p u^4$ получим

$$\int_{EF} \frac{K_0\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha_p}} r\right)}{K_0\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha_p}} a\right)} \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} d\lambda = 4 \int_0^{+\infty} \frac{K_0\left(u^2 e^{i\frac{\pi}{2}} r\right)}{K_0\left(u^2 e^{i\frac{\pi}{2}} a\right)} \frac{e^{-u^4 \alpha_p t}}{u} du.$$

Интеграл по контуру CD вычисляется аналогичным образом, и будет равен

$$\int_{CD} \frac{K_0\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha_p}} r\right)}{K_0\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha_p}} a\right)} \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} d\lambda = -4 \int_0^{+\infty} \frac{K_0\left(u^2 e^{-i\frac{\pi}{2}} r\right)}{K_0\left(u^2 e^{-i\frac{\pi}{2}} a\right)} \frac{e^{-u^4 \alpha_p t}}{u} du.$$

В результате решение будет иметь вид

$$\Delta P_p(t, r) = \Delta P_{p(w)} \times \left[1 + \frac{2}{\pi i} \int_0^{+\infty} \left(\frac{K_0\left(e^{i\pi/2} r u^2\right)}{K_0\left(e^{i\pi/2} a u^2\right)} - \frac{K_0\left(e^{-i\pi/2} r u^2\right)}{K_0\left(e^{-i\pi/2} a u^2\right)} \right) \frac{e^{-u^4 \alpha_p t}}{u} du \right]. \quad (3.1.17)$$

Используя решение (3.1.17), для расхода жидкости через открытый участок скважины протяженностью l_p

$$q = 2\pi a l_p \frac{k_p}{\mu} \left(\frac{\partial \Delta P_p}{\partial r} \right) \Big|_{r=a}$$

можно получить

$$q = -4al_p \frac{k_f}{\mu} \Delta P_{f(w)} \times \int_0^{+\infty} \left(\frac{K_1(e^{i\pi/2} au^2)}{K_0(e^{i\pi/2} au^2)} + \frac{K_1(e^{-i\pi/2} au^2)}{K_0(e^{-i\pi/2} au^2)} \right) e^{-u^4 \alpha_p t} u du. \quad (3.1.18)$$

3.2. Анализ результатов расчетов решения задачи о фильтрации флюида в трещине при повышении давления

Для численных расчетов, приведенных в данной главе, для основных параметров системы «скважина – трещина ГРП – пласт» используются значения, представленные в таблице 2.

Таблица 2. Параметры системы «скважина – трещина ГРП – пласт»

Параметр	Обозначение	Значение	Единицы измерения
Плотность флюида	ρ_0	860	кг/м ³
Скорость звука	C	1500	м/с
Вязкость	μ	10 ⁻²	Па·с
Ширина трещины	d_f	3×10 ⁻³	м
Проницаемость трещины	k_f	10 ⁻¹⁰	м ²
Пористость пласта	m_p	10 ⁻¹	д. ед.
Пористость трещины	m_f	10 ⁻¹	д. ед.
Радиус скважины	a	10 ⁻¹	м

На рис. 3.2 изображены графики, иллюстрирующие распределение давления в трещине и пласте при отсутствии трещины ГРП для различных значений коэффициента проницаемости пласта $k_p = 10^{-16}$ м², $k_p = 10^{-15}$ м²,

$k_p = 10^{-14} \text{ м}^2$ при $t = 10^5 \text{ с}$. Видно, что при увеличении проницаемости пласта наблюдается более быстрое падение давления. При проницаемости пласта, равному значению 10^{-16} м^2 на расстоянии 20 м от скважины давление уменьшается в три раза по сравнению с давлением на забое скважины, в то время, когда при проницаемости 10^{-14} м^2 на этом же расстоянии давление уменьшается приблизительно в 5 раз. Это свидетельствует о повышении эффективности ГРП при малых значениях проницаемости пласта, поскольку в этом случае существенно увеличивается объем пласта, охваченного депрессией.

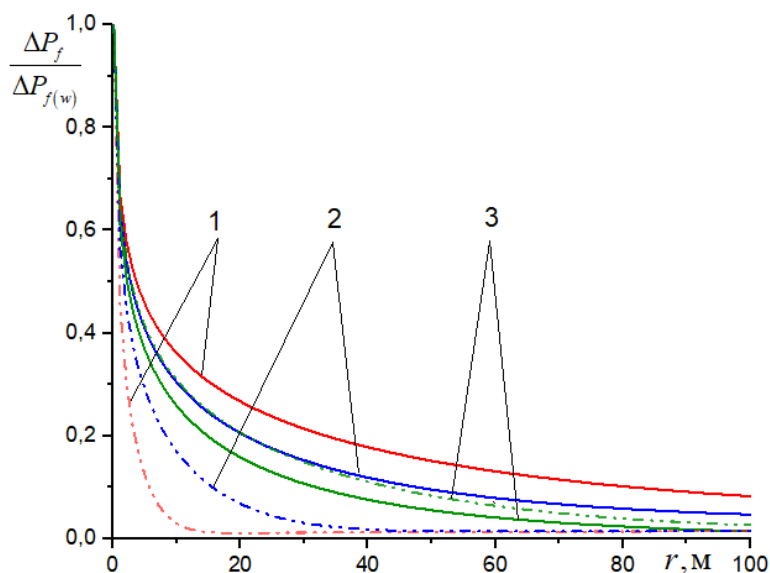


Рис. 3.2 Распределение давления в трещине (сплошные линии) и в пласте при отсутствии трещины ГРП (штрихпунктирные линии) для различных значений коэффициента проницаемости пласта. Линии 1, 2, 3 соответствуют значениям коэффициента проницаемости:

$$k_p = 10^{-16} \text{ м}^2, \quad k_p = 10^{-15} \text{ м}^2, \quad k_p = 10^{-14} \text{ м}^2$$

На рис. 3.3 представлены графики, иллюстрирующие распределение давления в трещине и в пласте при отсутствии трещины ГРП для различных моментов времени $t = 10^4 \text{ с}$, $t = 10^5 \text{ с}$, $t = 10^6 \text{ с}$ при проницаемости пласта равной $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$. Видно, что с увеличением времени значение давления на фиксированном расстоянии r от скважины увеличивается. Так, например, на

расстоянии 20 м от скважины при увеличении значения времени в 10 раз значение давления увеличивается приблизительно в 2 раза.

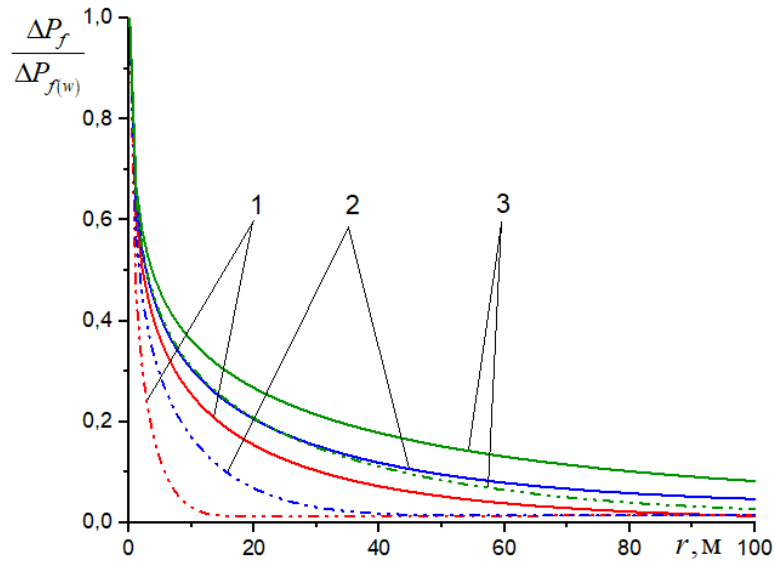


Рис. 3.3 Распределение давления в трещине (сплошные линии) и в пласте при отсутствии трещины ГРП (штрихпунктирные линии) в различные моменты времени.. Линии 1, 2, 3 соответствуют значениям времени $t = 10^4 \text{ с}$, $t = 10^5 \text{ с}$, $t = 10^6 \text{ с}$

На рис. 3.4 показано влияние проницаемости пласта на эволюцию расхода жидкости при $d_p = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Видно, что в начальный период времени $t \approx 10^4 \text{ с}$ наблюдается существенное уменьшение дебита, а в дальнейшем дебит уменьшается более медленно. Также, при наличии трещины ГРП изменение проницаемости пласта не оказывает значительного влияния на дебит скважины. Увеличение проницаемости пласта даже на два порядка, к примеру, от значения $k_p = 10^{-16} \text{ м}^2$ до значения $k_p = 10^{-14} \text{ м}^2$, приводит к увеличению дебита приблизительно на 25%. При отсутствии трещины ГРП (штрихпунктирные линии) и значения коэффициента проницаемости пласта $k_p = 10^{-14} \text{ м}^2$ дебит скважины приблизительно в три раза меньше, чем при наличии трещины.

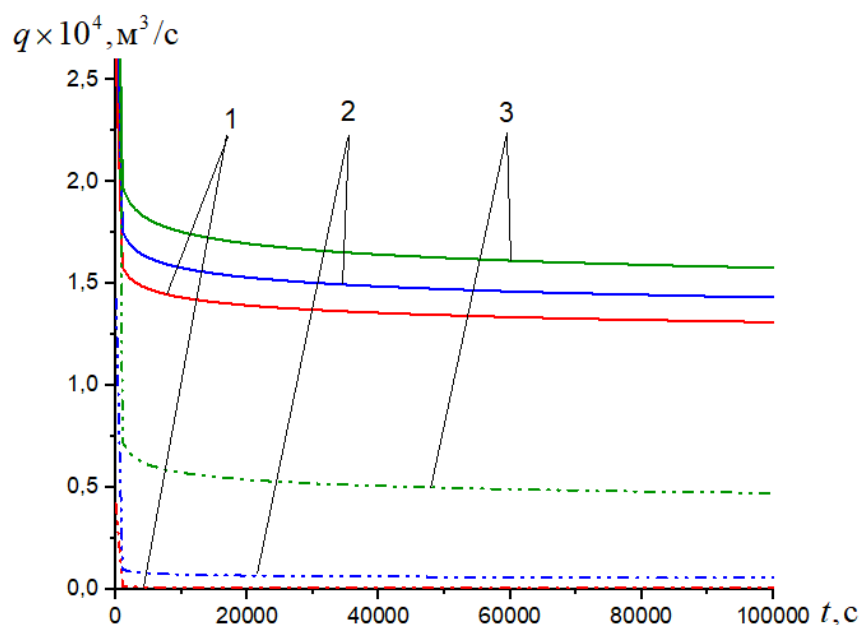


Рис. 3.4. Зависимости дебита скважины q от времени t при различных значениях коэффициента проницаемости пласта. Линии 1, 2, 3 соответствуют значениям коэффициента проницаемости $k_p = 10^{-16} \text{ м}^2$, $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$, $k_p = 10^{-14} \text{ м}^2$.

На рис. 3.5 показано влияние ширины трещины ГРП на дебит скважины при $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$. Для сравнения показана зависимость $q(t)$ для случая отсутствия трещины. Видно, что дебит жидкости через трещину ГРП увеличивается пропорционально ее ширине. Увеличение ширины трещины с $d_f = 2$ мм до $d_f = 4$ мм приводит к увеличению дебита в два раза. Следовательно, дебит жидкости лимитируется пропускной способностью трещины. При отсутствии трещины ГРП дебит скважины приблизительно в 10 раз меньше, чем при наличии трещины шириной $d_f = 2$ мм.

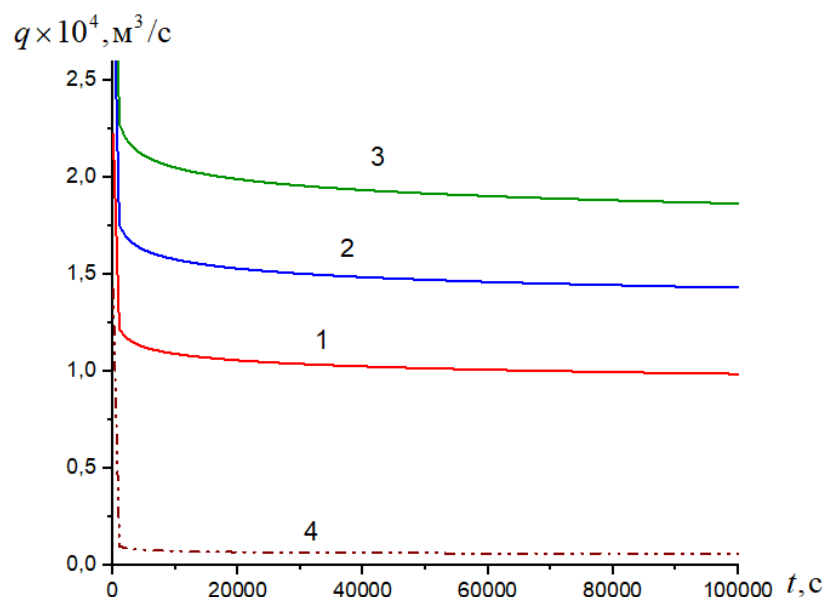


Рис. 3.5 Зависимости расхода q от времени t при различных значениях ширины трещины. Линии 1, 2, 3, 4 соответствуют значениям ширины трещины $d_f = 2 \cdot 10^{-3}$ м, $d_f = 3 \cdot 10^{-3}$ м, $d_f = 4 \cdot 10^{-3}$ м, $d_f = 0$ (отсутствие трещины ГРП)

Видно существенное увеличение расхода флюида при увеличении проницаемости пласта и ширины трещины. При сохранении постоянного давления на скважине расход жидкости постепенно уменьшается.

3.3. Фильтрация флюида в скважину через трещину в режиме постоянного расхода

Рассмотрим процесс нестационарной фильтрации жидкости в трещине ГРП, перпендикулярной оси скважины, при поддержании постоянного расхода жидкости на скважине.

Пусть в исходном состоянии ($t \leq 0$) флюид в трещине и окружающей ее пористой среде находится в покое, давление однородно. В момент времени $t = 0$ начинается с постоянным расходом отбор ($q > 0$) или нагнетание ($q < 0$) жидкости из скважины в трещину. Рассмотрим случай, когда $q > 0$. Также, как и для случая скачкообразного повышения давления, принимаем левую часть

уравнения (2.1.15) равной нулю. Тогда само уравнение и его система начальных и граничных условий будут иметь следующий вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Delta P_f}{\partial r} \right) = \chi_f \int_0^t \frac{\partial \Delta P_f}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} \quad (a < r < \infty), \quad (3.3.1)$$

где

$$\chi_f = \frac{2}{d_f} \frac{m_p}{m_f} \frac{\sqrt{\alpha_p}}{\alpha_f},$$

$$\Delta P_f = 0 \quad (\Delta P_f = P_f - P_0) \quad (t \leq 0, r > a), \quad (3.3.2)$$

$$q = -2\pi a d_f \frac{k_f}{\mu} \left(\frac{\partial \Delta P_f}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} = const. \quad (3.3.3)$$

Из условия (3.3.3) следует

$$\frac{\partial \Delta P_f}{\partial r} \Big|_{r=a} = -\frac{q\mu}{2\pi a d_f k_f}. \quad (3.3.4)$$

Далее, как и для случая с повышением давления, будем использовать преобразование Лапласа [34]

$$\Delta \bar{P}_f = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} \Delta P_f dt.$$

Из уравнения (3.3.1) с учетом (3.3.2) получаем для $\Delta \bar{P}_f$ следующее обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\Delta \bar{P}_f}{dr} \right) = \chi_f \sqrt{\lambda} \Delta \bar{P}_f. \quad (3.3.5)$$

Как и в пункте 3.1 решение уравнения (3.3.5) ищем в виде

$$\Delta \bar{P}_f(\lambda, r) = C_1 I_0(\sqrt{\chi_f \sqrt{\lambda} r}) + C_2 K_0(\sqrt{\chi_f \sqrt{\lambda} r}), \quad (3.3.6)$$

где $I_0(z)$ и $K_0(z)$ – модифицированные функции Бесселя 1-го и 2-го рода нулевого порядка соответственно.

Аналогично, как и в пункте 3.1 учитывая ограниченность ΔP_f на бесконечности, имеем $C_1 = 0$. Следовательно,

$$\Delta \bar{P}_f(\lambda, r) = C_2 K_0(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda} r). \quad (3.3.7)$$

Продифференцируем обе части уравнения (3.3.7) по переменной r , тогда

$$\frac{\partial}{\partial r}(\Delta \bar{P}_f(\lambda, r)) = C_2 K_0'(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda} r) \sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda}. \quad (3.3.8)$$

Учитывая, что производная $K_0'(z) = -K_1(z)$, ($K_1(z)$ – модифицированная функция Бесселя второго рода первого порядка) из (3.3.8) при $r = a$ получим

$$C_2 = \frac{q\mu}{2\pi a d_f k_f \lambda^{\frac{5}{4}} \sqrt{\chi_f} K_1(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda} a)}. \quad (3.3.9)$$

Тогда решение (3.3.6) с учетом (3.3.9) будет иметь вид

$$\Delta \bar{P}_f(\lambda; r) = \frac{q\mu K_0(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda} r)}{2\pi a d_f k_f \lambda^{\frac{5}{4}} \sqrt{\chi_f} K_1(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda} a)} \quad (a < r < \infty). \quad (3.3.10)$$

Непосредственное восстановление оригинала для найденного изображения (3.3.10) с помощью преобразования Меллина и контурного интегрирования, как это было сделано в пункте 3.1. провести не удаётся из-за возникающих при этом расходящихся интегралов. Поэтому будем сначала искать оригинал производной $\frac{\partial}{\partial t}(\Delta P_f(t, r))$, используя формулу

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Delta P_f(t, r)) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \lambda \Delta \bar{P}_f(\lambda; r) e^{\lambda t} d\lambda. \quad (3.3.11)$$

Благодаря умножению на λ величины $\Delta \bar{P}_f(\lambda, r)$ под знаком интеграла в правой части (3.3.11) мы получаем интегрируемую особенность в нуле.

Тогда

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Delta P_f(t,r)) = \frac{q\mu}{4\pi^2 i a d_f k_f \sqrt{\chi_f}} \times \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{K_0(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda} r)}{\lambda^{\frac{1}{4}} K_1(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda} a)} e^{\lambda t} d\lambda, \quad (3.3.12)$$

где γ – положительное вещественное число.

Подынтегральная функция в (3.3.12) является аналитической для всех комплексных значений переменной λ за исключением нуля. Для вычисления данного интеграла воспользуемся контуром, изображенным на рис. 3.1. Аналогично, как и в пункте 3.1 интеграл в выражении (3.3.10) представим, как сумму интегралов

$$\int_{\gamma-i\sigma}^{\gamma+i\sigma} = \int_{AC} + \int_{CD} + \int_{DE} + \int_{EF} + \int_{FB}.$$

Интегралы вдоль дуг AC, FB при $R \rightarrow \infty$ стремятся к нулю. Интеграл по дуге DE при $\xi \rightarrow 0$ также стремится к нулю.

Интеграл по отрезку CD равен

$$\int_{CD} \frac{K_0(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda} r)}{\lambda^{\frac{1}{4}} K_1(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda} a)} e^{\lambda t} d\lambda = \int_0^{+\infty} \frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f} u e^{-i\frac{\pi}{4}} r\right) e^{-u^4 t} 4u^2 du}{K_1\left(\sqrt{\chi_f} u e^{-i\frac{\pi}{4}} a\right) e^{-i\frac{\pi}{4}}}.$$

Интеграл по отрезку EF равен

$$\int_{EF} \frac{K_0(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda} r)}{\lambda^{\frac{1}{4}} K_1(\sqrt{\chi_f} \sqrt{\lambda} a)} e^{\lambda t} d\lambda = - \int_0^{+\infty} \frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f} u e^{i\frac{\pi}{4}} r\right) e^{-u^4 t} 4u^2 du}{K_1\left(\sqrt{\chi_f} u e^{i\frac{\pi}{4}} a\right) e^{i\frac{\pi}{4}}}.$$

Следовательно, выражение для производной $\frac{\partial}{\partial t}(\Delta P_f(t,r))$ можем

записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Delta P_f(t,r)) = \frac{q\mu}{\pi^2 i a d_f k_f \sqrt{\chi_f}} \times$$

$$\times \int_0^{+\infty} \left(\frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f} u e^{-i\frac{\pi}{4}r}\right)}{K_1\left(\sqrt{\chi_f} u e^{-i\frac{\pi}{4}a}\right) e^{-i\frac{\pi}{4}}} - \frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f} u e^{i\frac{\pi}{4}r}\right)}{K_1\left(\sqrt{\chi_f} u e^{i\frac{\pi}{4}a}\right) e^{i\frac{\pi}{4}}} \right) e^{-u^4 t} u^2 du. \quad (3.3.13)$$

Проинтегрируем выражение для производной (3.3.13) по переменной t и найдем искомую функцию $\Delta P_f(t;r)$

$$\Delta P_f(t,r) = \frac{q\mu}{\pi^2 i a d_f k_f \sqrt{\chi_f}} \times$$

$$\times \int_0^{+\infty} \frac{1}{u^2} \left(\frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f} u e^{-i\frac{\pi}{4}r}\right)}{K_1\left(\sqrt{\chi_f} u e^{-i\frac{\pi}{4}a}\right) e^{-i\frac{\pi}{4}}} - \frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f} u e^{i\frac{\pi}{4}r}\right)}{K_1\left(\sqrt{\chi_f} u e^{i\frac{\pi}{4}a}\right) e^{i\frac{\pi}{4}}} \right) (1 - e^{-u^4 t}) du. \quad (3.3.14)$$

Далее, получим закон изменения на забое скважины из решения (3.3.14), полагая $r = a$

$$P_{f(w)} = P_0 + \Delta P_{f(w)},$$

$$\Delta P_{f(w)}(t) = \frac{q\mu}{\pi^2 i a d_f k_f \sqrt{\chi_f}} \times$$

$$\times \int_0^{+\infty} \frac{1}{u^2} \left(\frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f} u e^{-i\frac{\pi}{4}a}\right)}{K_1\left(\sqrt{\chi_f} u e^{-i\frac{\pi}{4}a}\right) e^{-i\frac{\pi}{4}}} - \frac{K_0\left(\sqrt{\chi_f} u e^{i\frac{\pi}{4}a}\right)}{K_1\left(\sqrt{\chi_f} u e^{i\frac{\pi}{4}a}\right) e^{i\frac{\pi}{4}}} \right) (1 - e^{-u^4 t}) du. \quad (3.3.15)$$

В численных расчетах для параметров, определяющих свойства и состояния пористого пласта, флюида и трещины ГРП, приняты величины, представленные в таблице 3.

Таблица 3. Параметры системы «скважина – трещина ГРП – пласт»

Параметр	Обозначение	Значение	Единицы измерения
Плотность флюида	ρ_0	860	кг/м ³
Скорость звука	C	1500	м/с
Вязкость	μ	10^{-2}	Па·с
Ширина трещины	d_f	3×10^{-3}	м
Проницаемость трещины	k_f	10^{-10}	м ²
Пористость пласта	m_p	10^{-1}	д. ед.
Пористость трещины	m_f	10^{-1}	д. ед.
Радиус скважины	a	10^{-1}	м
Начальное давление	P_0	10	МПа
Перепад давления	$\Delta P_{f(w)}$	5	МПа
Расход флюида	q	5×10^{-5}	м ³ /с

На рис 3.6 представлено распределение давления в трещине при различных значениях коэффициента проницаемости пласта для фиксированного момента времени. Проводя анализ кривых распределения давления, можно сделать вывод, что уменьшение коэффициента проницаемости пласта на один порядок (в десять раз) приводит примерно к двукратному росту перепада давления ΔP_f между пластовым значением P_0 ($P_p = P_0, y \rightarrow \infty$) и значением в трещине. Также, следует отметить, что для пластов с более низкой проницаемостью давление в трещине ГРП приближается к пластовому значению P_0 медленнее с ростом радиальной координаты r . Так, если в случае более низкопроницаемого пласта ($k_p = 10^{-16} \text{ м}^2$) расстояние от скважины, на котором перепад давления

$\Delta P_f = P_f - P_0 \approx 0.25$ МПа, составляет около 60 метров, то при проницаемости ($k_p = 10^{-14} \text{ м}^2$) такое значение перепада наблюдается при гораздо более близком к скважине расстоянии (примерно на 20 метрах).

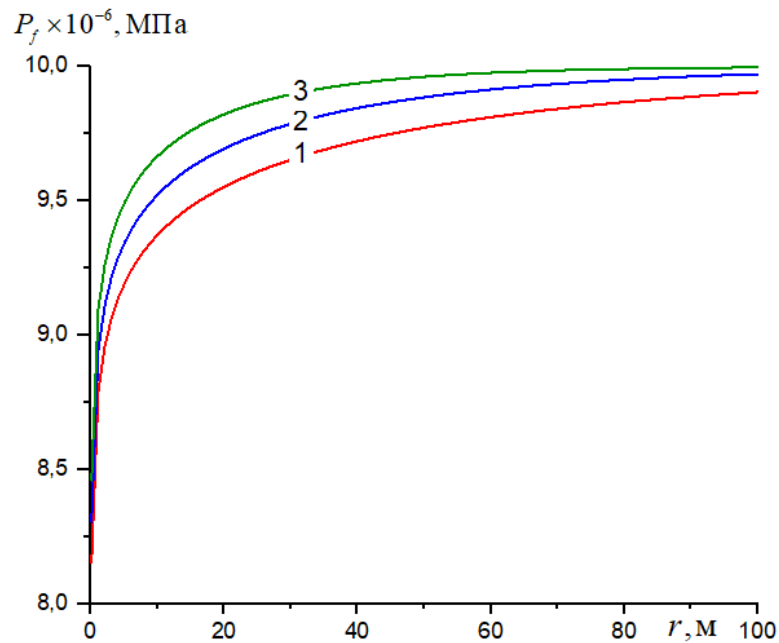


Рис.3.6 Распределение давления в трещине в момент времени $t = 10^5$ с для различных значений коэффициента проницаемости пласта. Линии 1, 2, 3 соответствуют величинам проницаемости пласта $k_p = 10^{-16}, 10^{-15}, 10^{-14} \text{ м}^2$

На рис. 3.7 изображены графики, иллюстрирующие эволюцию давления в трещине для различных моментов времени. Линии 1, 2 и 3 соответствуют моментам времени $t = 10^4, 10^5, \text{ и } 10^6$ с. По характеру распределения кривых можно сделать вывод, что давление в трещине при увеличении расстояния от скважины приближается к пластовому, а с увеличением времени приближение к пластовому давлению происходит на большем расстоянии от скважины.

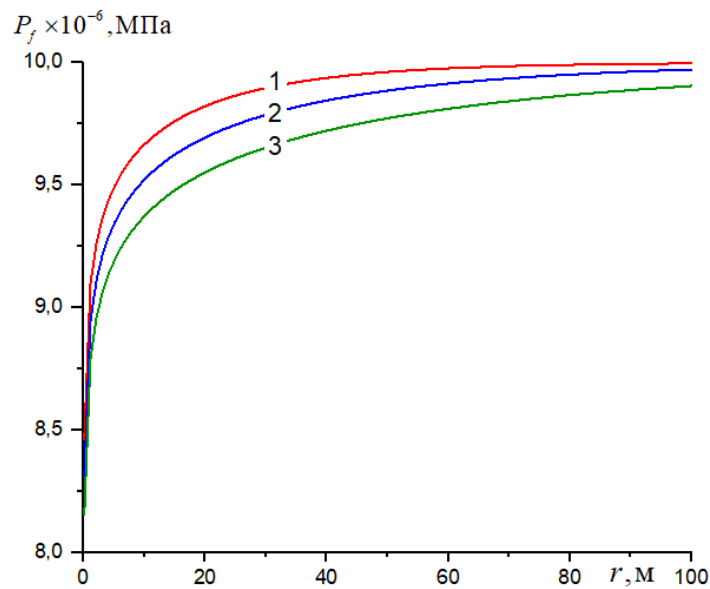


Рис. 3.7. Распределение давления в трещине для различных моментов времени.

Линии 1, 2, 3 соответствуют значениям времени $t = 10^4, 10^5, 10^6$ с

На рис. 3.8 представлены графики, иллюстрирующие распределение давления в трещине при различных значениях дебита. Линии 1, 2, 3 соответствуют значениям дебита $q = 10^{-5}, 3 \times 10^{-5}, 5 \times 10^{-5}$ м³/с при проницаемости пласта $k_p = 10^{-15}$ м² в момент времени $t = 10^5$ с.

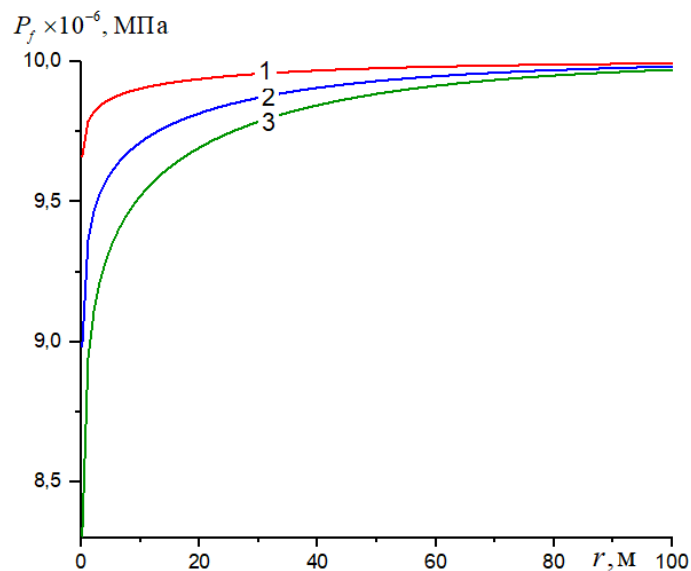


Рис. 3.8 Распределение давления в трещине для различных значений дебита.

Линии 1, 2, 3 соответствуют значениям времени

$$q = 10^{-5}, 3 \times 10^{-5}, 5 \times 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$$

Выводы по третьей главе

- Представлены точные решения, для описания распределения давления в трещине ГРП, расположенной перпендикулярно к горизонтальной скважине, при работе скважины в режиме постоянного перепада давления между устьем и пластом. Рассмотрено влияние проницаемости коллектора на распределение давления в трещине и в пласте, когда трещина ГРП отсутствует.
- Проведен анализ влияния проницаемости пласта на эволюцию расхода жидкости. Показана зависимость дебита скважины от ширины трещины ГРП.
- Получены точные решения для распределения давления в трещине гидроразрыва, расположенной перпендикулярно горизонтальной скважине, при работе скважины в режиме постоянного расхода. Получен закон изменения давления на забое скважины.
- Проанализировано влияние фильтрационно-емкостных характеристик пласта и трещины на динамику распространения давления в трещине и на забое скважины.

ГЛАВА 4. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ К СКВАЖИНЕ ЧЕРЕЗ ТРЕЩИНУ ГИДРОРАЗРЫВА МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СМЕНЫ СТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ

4.1. Приближенное решение задачи о фильтрации к скважине через трещину гидроразрыва при скачкообразном повышении давления

Вытеснению флюида из пласта в скважину способствует то, что снижение внутрипластового давления приводит к расширению флюида, которое приводит к увеличению объёма сжатой жидкости и уменьшению порового пространства. Для обеспечения однофазной фильтрации при упругом режиме фильтрации, необходимо, чтобы давление в напорном пласте превышало давление насыщения. В результате этого условия, движение жидкости к скважине начинается за счет использования энергии упругого расширения жидкости. Для того, чтобы этой энергии хватило для вытеснения нефти, необходимо, чтобы продуктивный пласт был достаточно большим, замкнутым.

Приближенные решения будем находить, используя метод последовательной смены стационарных состояний (ПССС). Данный метод был предложен И.А. Чарным [95].

В методе ПССС пласт в каждый момент времени условно разбивается на две области: возмущенную и невозмущенную. Внутренняя граница возмущенной области находится на стенке скважины, а внешняя граница является расширяющейся и служит границей невозмущенной области. Вводится допущение, что давление в возмущенной области распределяется как при установившемся режиме фильтрации, а в невозмущенной части давление везде постоянное и равно начальному значению. Метод ПССС

строится на предположении, что давление в пласте меняется по времени значительно медленнее, чем по координатам.

Воспользуемся основными уравнениями для распределения давления жидкости в трещине и в пласте, которые были выведены в пункте 2.1.

$$\frac{\partial P_f}{\partial t} = \frac{\alpha_f}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_f}{\partial r} \right) + 2 \frac{m_p}{m_f} \frac{\alpha_f}{d_f} \left(\frac{\partial P_p}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} \quad a < r < \infty, \quad (4.1.1)$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial t} = \alpha_p \frac{\partial^2 P_p}{\partial y^2} \quad (a < r < \infty, 0 < y < \infty), \quad (4.1.2)$$

$$\alpha_i = \frac{k_i \rho_0 C^2}{m_i \mu} \quad (i = f, p). \quad (4.1.3)$$

Пусть в исходном состоянии ($t < 0$) жидкость в трещине и окружающей ее пористой и проницаемой среде находится в равновесии ($v_i = 0$, $P_i = P_0$, $i = f, p$) и в момент времени $t = 0$ давление на забое скважины $P_{f(w)}$ скачкообразно изменяется на величину $\Delta P_{f(w)}$ и далее поддерживается постоянным ($P_{f(w)} = P_0 + \Delta P_{f(w)} = const$).

Применяя метод последовательной смены стационарных состояний (ПССС), для распределения давления в пласте вблизи трещины гидроразрыва при скачкообразном повышении давления в момент времени ($t = 0$) на величину $\Delta P_f = P_f - P_0$ имеем

$$P_p = -\Delta P_f \frac{y}{l_p} + P_f, \quad l_p = \sqrt{2\alpha_p t}, \quad 0 < y < l_p. \quad (4.1.4)$$

Из выражения (4.1.4) следует

$$\frac{\partial P_p}{\partial y} = -\Delta P_f \frac{1}{\sqrt{2\alpha_p t}}. \quad (4.1.5)$$

Подставим выражение (4.1.5) в (4.1.1) и, далее, учитывая изложенное выше допущение относительно левой части уравнения (4.1.1), получим

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Delta P_f}{\partial r} \right) - \frac{\chi_f}{\sqrt{2t}} \Delta P_f = 0. \quad (4.1.6)$$

Общее решение уравнения (4.1.6) будет иметь вид

$$\Delta P_f(r, t) = C_1 I_0 \left(\sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} r \right) + C_2 K_0 \left(\sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} r \right).$$

Так как функция $\Delta P_f(r, t)$ ограничена при $r \rightarrow \infty$, то, $C_1 = 0$. Тогда выражение для C_2 будет иметь вид

$$C_2 = \frac{\Delta P_{f(w)}}{K_0 \left(\sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} a \right)}.$$

Следовательно, решение уравнения (4.1.6) можно представить, как

$$\Delta P_f = \Delta P_{f(w)} \frac{K_0 \left(\sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} r \right)}{K_0 \left(\sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} a \right)}. \quad (4.1.7)$$

Из решения (4.1.7), используя выражение (3.1.7), получаем формулу для определения величины расхода жидкости

$$q = -2\pi a d_f \frac{k_f}{\mu} \Delta P_{f(w)} \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} \frac{K_1 \left(\sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} a \right)}{K_0 \left(\sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} a \right)}. \quad (4.1.8)$$

В численных расчетах, для параметров, определяющих свойства пористого пласта, флюида, трещины ГРП и протяженность открытого участка скважины, приняты следующие значения приняты значения, представленные в таблице № 4.

Таблица 4. Параметры системы «скважина – трещина ГРП – пласт»

Параметр	Обозначение	Значение	Единицы измерения
Плотность флюида	ρ_0	860	кг/м ³
Скорость звука	C	1500	м/с
Вязкость	μ	10 ⁻²	Па·с
Ширина трещины	d_f	3×10 ⁻³	м
Проницаемость трещины	k_f	10 ⁻¹⁰	м ²
Проницаемость пласта	k_p	10 ⁻¹⁵	м ²
Пористость пласта	m_p	10 ⁻¹	д. ед.
Пористость трещины	m_f	10 ⁻¹	д. ед.
Радиус скважины	a	10 ⁻¹	м
Начальное давление	P_0	10	МПа
Перепад давления	$\Delta P_{f(w)}$	5	МПа
Протяженность открытого участка скважины	l_p	10	м

Рисунок 4.1 иллюстрирует профили распределения безразмерного (нормированного) перепада давления в трещине $\Delta_f = \frac{\Delta P_f}{\Delta P_{f(w)}}$. Сплошная линия соответствует точному решению (формула 3.1.8), пунктирная линия соответствует приближенному решению (формула 4.1.7). Также на графике представлено распределение давления в пласте при отсутствии трещины (формула 3.1.17) при проницаемости пласта, равной $k_p = 10^{-15}$ м².

На рисунке 4.2 показано влияние проницаемости пласта на распределение давления в трещине и пласте в случае отсутствия трещины ГРП в момент времени $t = 10^5$ с. Сплошная линия соответствует точному решению (формула 3.1.8), пунктирная линия соответствует приближенному решению (формула 4.1.7). Также на графике представлено распределение давления в пласте при отсутствии трещины (формула 3.1.17).

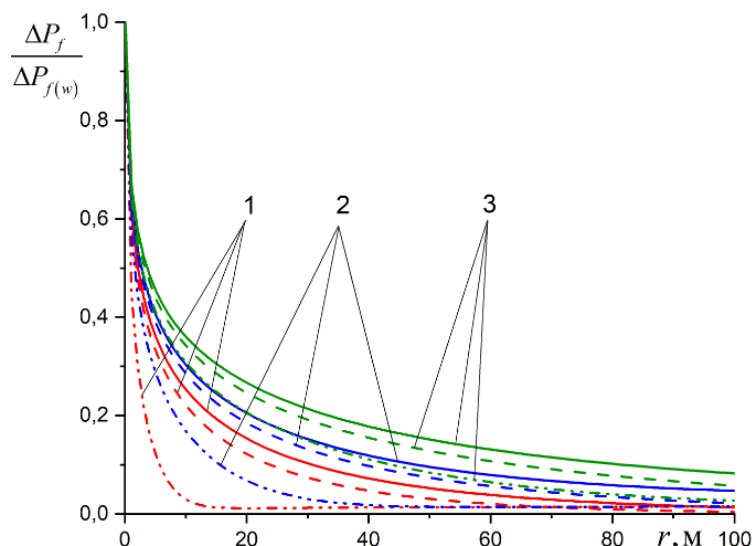


Рис. 4.1 Распределение давления в трещине (точное решение – сплошные линии, приближенное решение – пунктирные линии) и в пласте при отсутствии трещины ГРП (штрихпунктирные линии) при $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$ в различные моменты времени: 1 – $t = 10^4 \text{ с}$, 2 – $t = 10^5 \text{ с}$, 3 – $t = 10^6 \text{ с}$

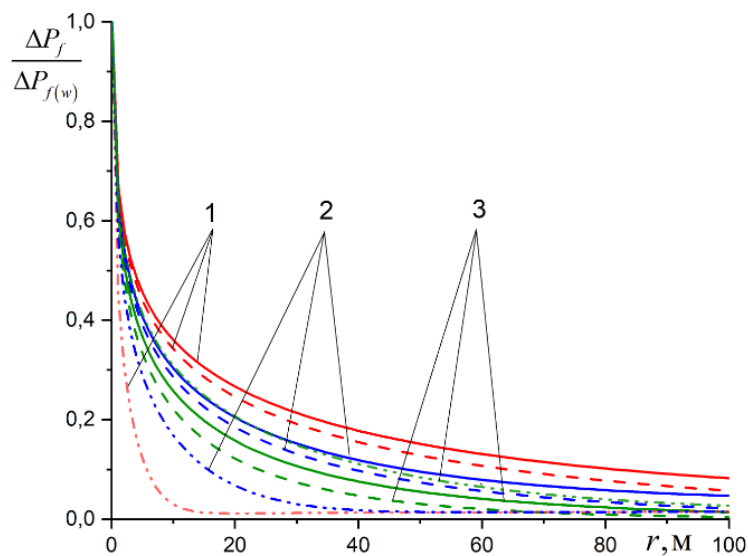


Рис. 4.2 Распределение давления в трещине (сплошные линии – точное решение, пунктирные линии – приближенное решение) и в пласте при отсутствии трещины ГРП (штрихпунктирные линии) при $t = 10^5 \text{ с}$ и различных значениях коэффициента проницаемости пласта: 1 – $k_p = 10^{-16} \text{ м}^2$, 2 – $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$, 3 – $k_p = 10^{-14} \text{ м}^2$

Видно, что кривые, соответствующие точному и приближенному решениям, расположены достаточно близко, особенно на участках вблизи скважины ($r \leq 10$ м), где относительное различие решений не превышает 2–3 %.

Рисунок 4.3 демонстрирует влияние проницаемости пласта на эволюцию расхода жидкости при ширине трещины равной $d_f = 3 \cdot 10^{-3}$ м. Сплошная линия соответствует точному решению (формула 3.1.10), пунктирная линия соответствует приближенному решению (формула 4.1.8). Также на графике представлено распределение давления в пласте при отсутствии трещины (формула 3.1.17). Видим, что кривые, соответствующие точным и приближенным решениям, хорошо согласуются.

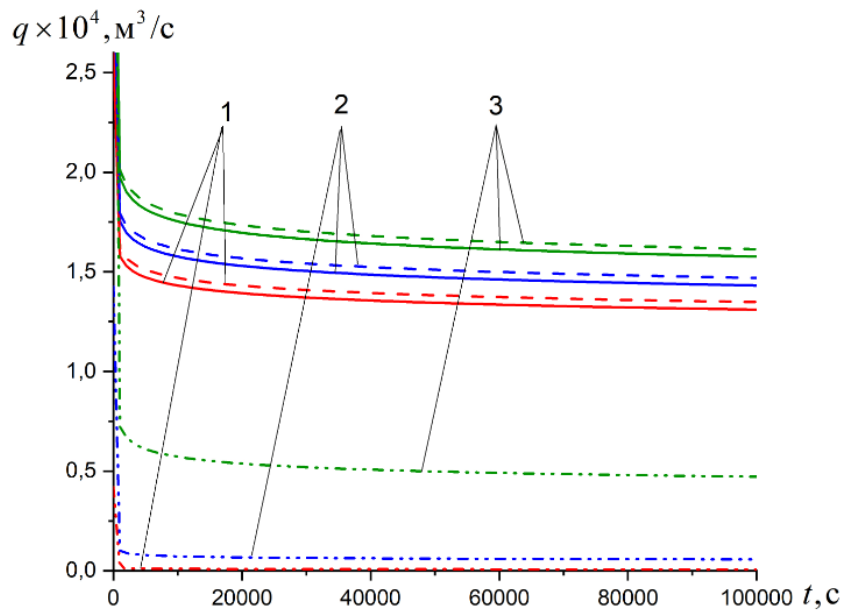


Рис. 4.3. Зависимость дебита скважины q от времени t при различных значениях коэффициента проницаемости пласта (сплошные линии – точное решение, пунктирные линии – приближенное решение) и в пласте при отсутствии трещины ГРП (штрихпунктирные линии)

Рис. 4.4 иллюстрирует влияние ширины трещины ГРП на дебит скважины при $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$. Сплошная линия соответствует точному решению (формула 3.1.10), пунктирная линия соответствует приближенному решению (формула 4.1.8). Также на графике представлено распределение давления в пласте при отсутствии трещины (формула 3.1.17). Видно, что кривые, построенные по точным решениям и приближенным, имеют хорошую согласованность.

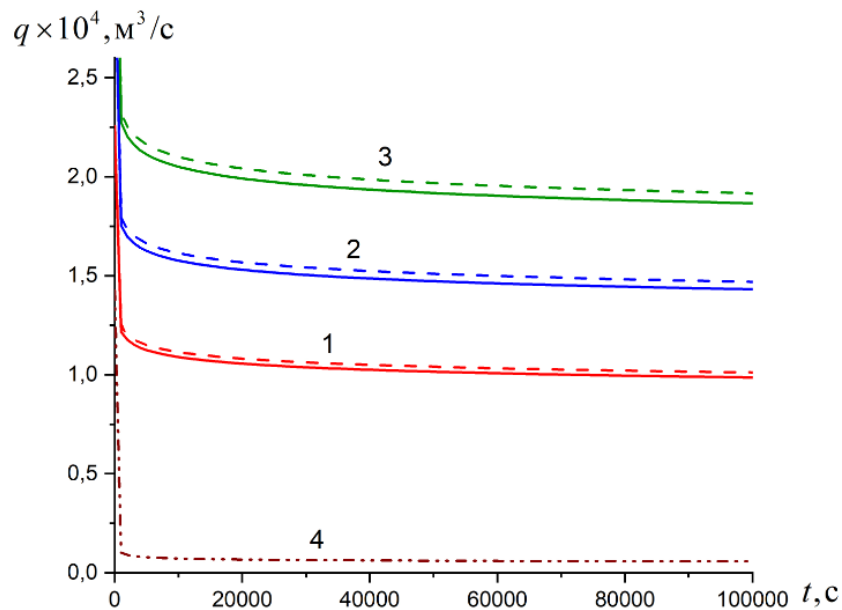


Рис. 4.4. Зависимость дебита скважины q от времени t при различных значениях ширины трещины:

$$1 - d_f = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad 2 - d_f = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad 3 - d_f = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м},$$

$$4 - d_f = 0 \text{ (отсутствие трещины гидроразрыва)};$$

сплошные линии – точное решение, пунктирные линии – приближенное решение

При сравнении точных и приближенных решений для определения полей давления в трещине и объемного расхода жидкости из скважины в трещину видно, что они практически совпадают (относительное различие не превышает 1–3%).

4.2. Приближенное решение методом ПССС задачи о фильтрации к скважине через трещину ГРП в режиме постоянного расхода

Рассмотрим работу скважины в режиме постоянного расхода ($q = const, t > 0$). Исходные состояния в трещине и пласте возьмем такие же, как и в пункте 3.3. Определим эволюцию распределения давления в трещине ГРП ΔP_f и закон снижения давления в скважине $\Delta P_{f(w)}$ при граничном условии, аналогичном (3.3.3).

Согласно методу ПССС, для распределения давления в пластах вблизи трещины ГРП имеем

$$P_p = -\Delta P_f \frac{y}{l_p} + P_f, \quad l_p = \sqrt{2\alpha_p t}, \quad 0 < y < l_p. \quad (4.2.1)$$

Продифференцируем данное выражение по y

$$\frac{\partial P_p}{\partial y} = -\Delta P_f \frac{1}{\sqrt{2\alpha_p t}}. \quad (4.2.2)$$

Подставляя (4.2.2) в (4.1.1) и учитывая вышеизложенное допущение относительно левой части этого уравнения, имеем

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Delta P_f}{\partial r} \right) - \frac{\chi_f}{\sqrt{2t}} \Delta P_f = 0, \quad (4.2.3)$$

где

$$\chi_f = \frac{2}{d_f} \frac{m_p}{m_f} \frac{\sqrt{\alpha_p}}{\alpha_f}.$$

Общее решение уравнения (4.2.3) представим, как

$$\Delta P_f(t, r) = C_1 I_0 \left(r \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} \right) + C_2 K_0 \left(r \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} \right). \quad (4.2.4)$$

Учитывая ограниченность ΔP_f на бесконечности, из (4.2.4) получим

$$\Delta P_f(t, r) = C_2 K_0 \left(r \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} \right). \quad (4.2.5)$$

Продифференцируем выражение (4.2.5) по переменной r

$$\frac{\partial \Delta P_f(t, r)}{\partial r} = C_2 K_0' \left(r \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} \right) \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}}.$$

Учитывая условие (3.3.4), при $r = a$ получим выражение для C_2

$$C_2 = -\frac{q\mu}{d_f k_f} \sqrt{\frac{\sqrt{2t}}{\chi_f}} \frac{1}{K_1 \left(a \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} \right)}.$$

Следовательно, общее решение запишется как

$$\Delta P_f(t; r) = -\frac{q\mu}{2\pi a d_f k_f} \sqrt{\frac{\sqrt{2t}}{\chi_f}} \frac{K_0 \left(r \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} \right)}{K_1 \left(a \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} \right)}. \quad (4.2.6)$$

Из решения (4.2.6), принимая ($r = a$) получим закон изменения давления на забое скважины

$$\Delta P_{f(w)}(t) = -\frac{q\mu}{2\pi a d_f k_f} \sqrt{\frac{\sqrt{2t}}{\chi_f}} \frac{K_0 \left(a \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} \right)}{K_1 \left(a \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} \right)}. \quad (4.2.7)$$

Проведем анализ решения (4.2.7) для больших времен, когда

$$\xi_* \ll 1 \quad \left(\xi_* = a \sqrt{\chi_f / \sqrt{2t}} \right).$$

Из этого условия получим следующее неравенство для времени

$$t^{1/4} \gg t_*^{1/4}, \quad t_* = \chi_f^2 a^4.$$

Примем для характерных величин системы «скважина, пласт и радиальная трещина ГРП» значения, приведенные в таблице 4.

Тогда, согласно выражению для χ_f из (3.3.5), имеем следующую оценку

$$\chi_f \approx 0.15\sqrt{c} / \text{м}^2$$

и для вышеприведенных характерных величин рассматриваемой системы получим

$$t_* = 2.25 \times 10^{-6} \text{с.}$$

Следовательно, в рассматриваемой задаче всегда

$$t \gg t_*,$$

и поэтому можно считать

$$\xi \ll 1.$$

Для функций $K_0(\xi)$ и $K_1(\xi)$ справедливы при малых значениях параметра ξ асимптотики [86].

$$K_0(\xi) = -\left(\gamma + \ln\left(\frac{\xi}{2}\right)\right) \quad \text{и} \quad K_1(\xi) = \xi^{-1}. \quad (4.2.8)$$

Здесь $\gamma = 0.5772$ – постоянная Эйлера.

Подставляя (4.2.8) в (4.2.7), находим

$$\begin{aligned} \Delta P_{f(w)}(t) &= \frac{q\mu}{2\pi k_f d_f} \left(\gamma + \ln\left(\frac{1}{2} a \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}}\right) \right) \approx \\ &\approx \frac{q\mu}{2\pi k_f d_f} \ln\left(0.75 a \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}}\right). \end{aligned} \quad (4.2.9)$$

Полученное выражение (4.2.9) может быть использовано при гидродинамическом исследовании скважины, подверженной гидроразрыву пласта.

Действительно, из (4.2.9) следует

$$\Delta P_{f(w)} = \frac{q\mu}{2\pi k_f d_f} \left(\ln\left(0.75\sqrt{\chi_f} a\right) - \frac{1}{4} \ln t \right). \quad (4.2.10)$$

Это асимптотическое решение можно, в свою очередь, записать в следующем виде

$$\Delta P_{f(w)} = B - A \ln t, \quad (4.2.11)$$

где
$$A = \frac{q\mu}{8\pi k_f d_f}, \quad B = 4A \ln(0,75\sqrt{\chi_f a}).$$

Выражение (4.2.11) в координатной плоскости $(\ln t, \Delta P_{f(w)})$ является уравнением прямой. Причем, как показывают вышеприведенные численные оценки для t_* , при отборе жидкости с постоянным расходом q , функционирование скважины почти мгновенно должно выйти на этот асимптотический режим. Поэтому, обрабатываемые промысловые данные в координатах $(\ln t, \Delta P_{f(w)})$, можем определить A и B , и тем самым найти проводимость трещины $k_f d_f$ и величину χ_f . Этот метод аналогичен способу, изложенному в [24], по определению проводимости пласта по кривым восстановления давления при больших временах.

Следует отметить, что формулы (4.2.10) и (4.2.11) можно записать для системы из n радиальных трещин. Если считать, что параметры всех трещин близки, то для этого в этих формулах надо q заменить на nq .

Используя выражение для $K_1(\xi)$, решение (4.2.6) можно записать в виде

$$\Delta P_f = \frac{q\mu}{2\pi d_f k_f} K_0 \left(r \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2t}}} \right). \quad (4.2.12)$$

Следовательно, для распределения давления в трещине ГРП имеет место автомодельное решение. Отсюда, если перепад давления ΔP_f принять за постоянное фиксированное значение, то величины r и t связаны следующим законом

$$r = \xi \sqrt{\frac{\sqrt{2t}}{\chi_f}} \quad (\xi = \text{const}).$$

Таким образом, фиксированное значение давления в трещине для рассматриваемого режима фильтрации распространяется по закону

$$r \sim t^{\frac{1}{4}}.$$

Следует отметить, что приведенные выше точные и приближенные решения получены при допущении, что линии тока в пласте прямые, перпендикулярные к границам (“берегам”) трещины ГРП. Определим зоны в плоскости (r, t) (радиальная координата – время), где выполняется принятое допущение с некоторой точностью. Для радиальной $v_{p(r)}$ и нормальной $v_{p(n)}$ составляющих скоростей фильтрации в пласте вблизи стенок трещины можем записать

$$v_{p(r)} = -\frac{k_p}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial r} \quad \text{и} \quad v_{p(n)} = -\frac{k_p}{\mu} \frac{\partial P_p}{\partial y},$$

поскольку вблизи стенки трещины имеет место

$$\frac{\partial P_p}{\partial r} = \frac{\partial P_f}{\partial r}.$$

Тогда, используя решение (4.2.1) для P_p и (4.2.12) для P_f , для отношения величин радиальной и нормальной составляющих скоростей фильтрации будем иметь

$$\frac{v_{p(r)}}{v_{p(n)}} = \sqrt{\chi_f \alpha_p} \sqrt{2t} \left| \frac{K_1(r\sqrt{\chi_f / \sqrt{2t}})}{K_0(r\sqrt{\chi_f / \sqrt{2t}})} \right| = \varepsilon. \quad (4.2.13)$$

Отсюда следует, для того чтобы линии тока скоростей фильтрации приближались к трещинам ГРП под углом, близким к прямому углу, должно выполняться условие

$$\varepsilon \ll 1.$$

При дальнейших численных расчетах для параметров, определяющих свойства и состояния пористого пласта, флюида и трещины, приняты величины, приведенные в таблице 4, а для величины расхода принято значение $q = 5 \times 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$.

На рис. 4.5 показано распределение давления в трещине при различных значениях коэффициента проницаемости пласта для фиксированного момента времени, построенное по точным и приближенным решениям. Сплошные линии соответствуют точному решению (формула 3.3.14), пунктирные линии соответствуют приближенному решению (формула 4.2.6). Кроме того, на рисунках представлены фрагменты графиков вблизи призабойного участка в увеличенных масштабах.

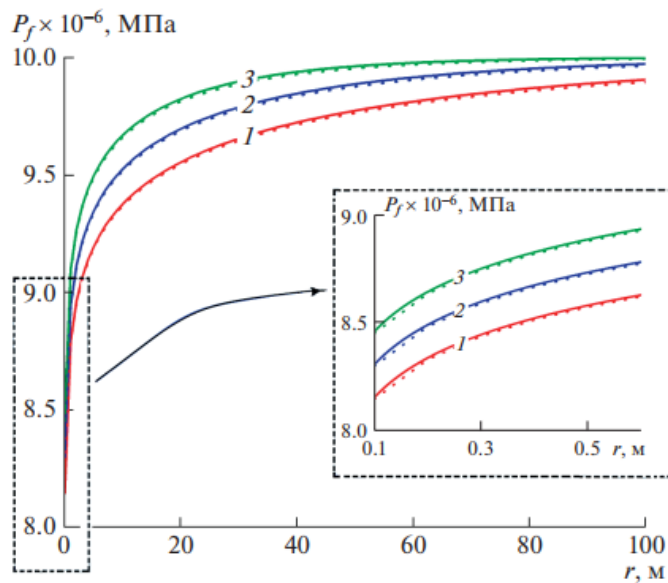


Рис. 4.5 Распределение давления в трещине в момент времени $t = 10^5$ с для различных значений коэффициента проницаемости пласта:
 1 – $k_p = 10^{-16} \text{ м}^2$, 2 – $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$, 3 – $k_p = 10^{-14} \text{ м}^2$.

На рис. 4.6 изображены графики, иллюстрирующие динамику давления в трещине для различных моментов времени. Сплошные линии соответствуют точному решению (формула 3.3.14), пунктирные линии соответствуют приближенному решению (формула 4.2.6). Здесь также видно, что точные и приближенные решения хорошо согласуются (точные и приближенные решения практически совпадают).

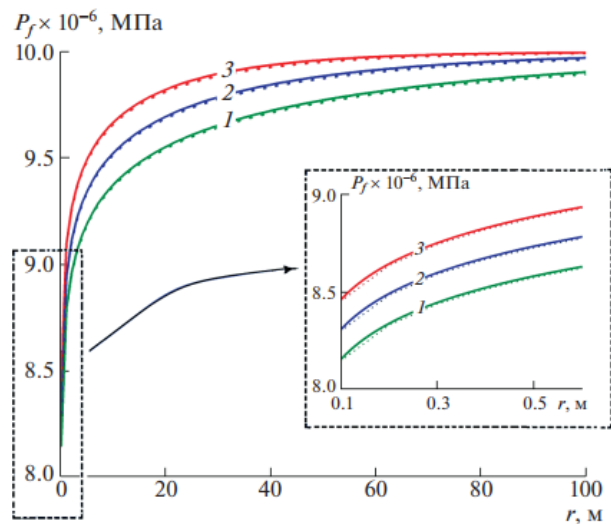


Рис. 4.6 Динамика давления в трещине для различных моментов времени:
 $1 - t = 10^4$ с, $2 - t = 10^5$ с, $3 - t = 10^6$ с при $k_p = 10^{-15}$ м²

На рис. 4.7 представлены графики, иллюстрирующие распределение давления в трещине для различных значений дебита. Сплошные линии соответствуют точному решению (формула 3.3.14), пунктирные линии соответствуют приближенному решению (формула 4.2.6). Видим хорошую согласованность результатов, полученных с помощью метода последовательной смены стационарных состояний (ПССС) с точными, но значительно более сложными решениями.

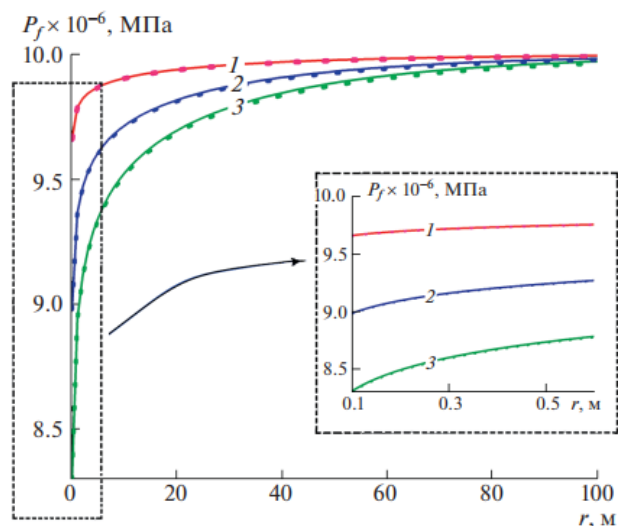


Рис. 4.7 Распределение давления в трещине для различных значений дебита: $1 - q = 10^{-5}$ м³/с, $2 - q = 3 \times 10^{-5}$ м³/с, $3 - q = 5 \times 10^{-5}$ м³/с
 при $k_p = 10^{-15}$ м² и в момент времени $t = 10^5$ с

На рис. 4.8 показаны законы снижения давления в скважине при дебите $q = 5 \times 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{с}$ для различных значений коэффициента проницаемости пласта $k_p = 10^{-16} \text{ м}^2$, 10^{-15} м^2 , 10^{-14} м^2 (рис. 4.8 (а)) и различных значений проводимости трещины $C_f = k_f d_f$ (рис. 4.8 (б)) при проницаемости пласта $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$. Для времени принята логарифмическая шкала. Сплошные линии получены на основе общего решения (3.3.15), точечные линии построены согласно приближенному решению (4.2.9).

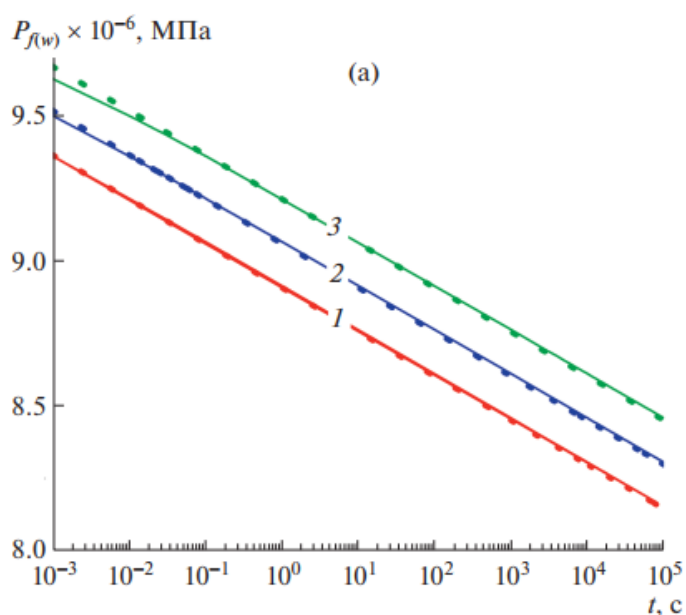


Рис. 4.8(а) Динамика снижения давления в скважине при дебите $q = 5 \times 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{с}$ для различных значений коэффициента проницаемости пласта:
 1 — $k_p = 10^{-16} \text{ м}^2$, 2 — $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$, 3 — $k_p = 10^{-14} \text{ м}^2$;

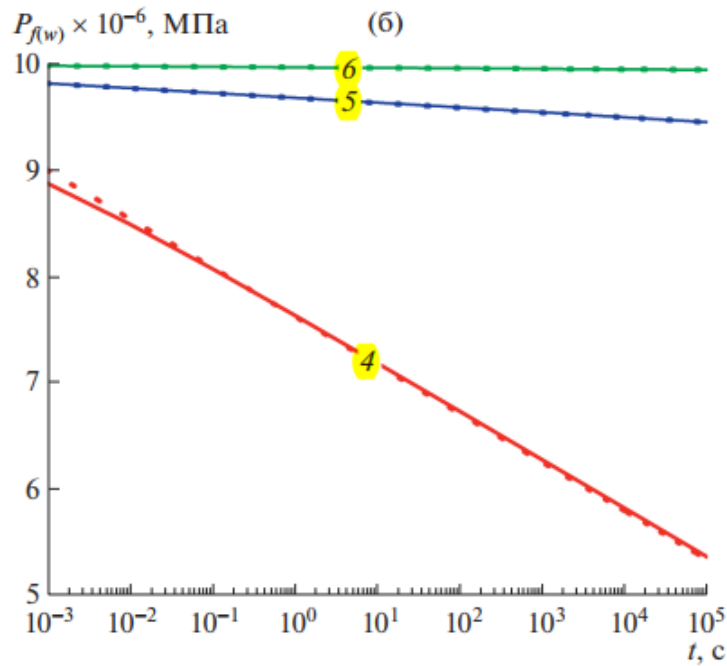
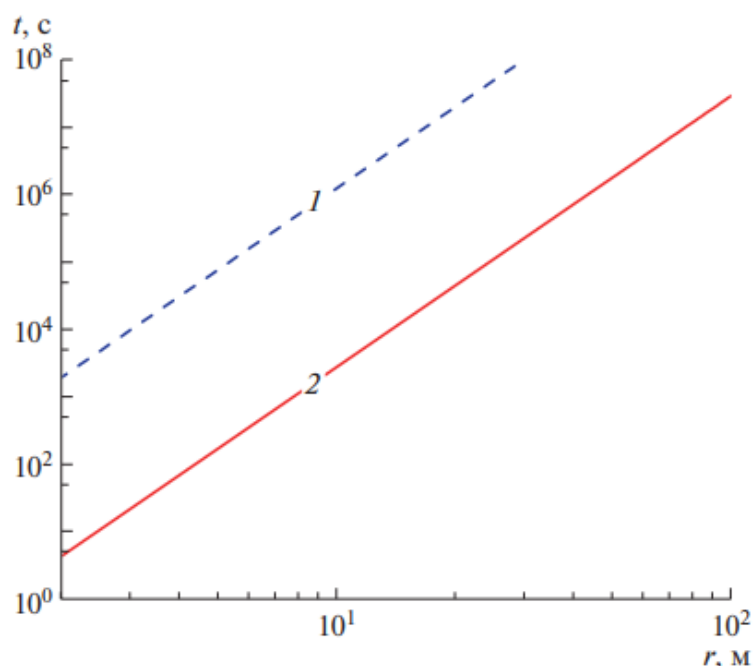


Рис. 4.8(б) Динамика снижения давления в скважине при дебите $q = 5 \times 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{с}$ для различных значений проводимости трещины при проницаемости пласта $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$:

$$4 - C_f = 10^{-13} \text{ м}^3, 5 - C_f = 10^{-12} \text{ м}^3, 6 - C_f = 10^{-11} \text{ м}^3$$

На рис. 4.9 зона, расположенная ниже линии 1, определяемой уравнением (4.2.13) при $\varepsilon = 1$ соответствует множеству значений (r, t) , для которых в пласте величина нормальной скорости фильтрации $v_{p(n)}$ больше величины радиальной скорости $v_{p(r)}$. Зона, расположенная ниже линии 2, определяемой тем же уравнением при $\varepsilon = 0.1$, соответствует области переменных (r, t) , где величина нормальной скорости фильтрации $v_{p(n)}$ в 10 раз больше величины радиальной скорости $v_{p(r)}$. Для параметров скважины, пласта и трещины ГРП приняты вышеприведенные значения.



*Рис. 4.9 Зоны фильтрации на плоскости:
1-2 – значения =1, 0.1 в выражении (3.3.15).*

В зоне, расположенной ниже линии – 1, нормальная скорость больше радиальной скорости фильтрации, а в зоне, ниже линии – 2, нормальная скорость превышает радиальную скорость фильтрации в пласте вблизи стенки трещины ГРП более чем в 10 раз.

Заметим, что в представленных рисунках зона (r, t) , где радиальная скорость фильтрации меньше, чем нормальная скорость, несколько занижена, поскольку в приведенных оценках не учтено торможение радиальной скорости фильтрации вблизи обсаженной скважины. Кроме того, вполне возможно, что, в плане определения расхода флюида из пласта в трещину, некоторое отклонение линий тока от прямых, перпендикулярных по отношению к трещине гидроразрыва, несущественно.

Приведем оценку для критического времени, когда наша модель справедлива, то есть, когда влияние границы пласта и влияние фильтрационных полей соседних трещин (в случае радиальных трещин) слабые.

Найдем характерное время \tilde{t} , при котором возмущение давления на расстоянии R от скважины не превосходит десятой части давления на скважине.

На основании формул (4.2.6) и (4.2.7) имеем

$$\frac{\Delta P_f(\tilde{t}, R)}{\Delta P_{f(w)}(\tilde{t})} = \frac{1}{10},$$

тогда

$$\frac{K_0 \left(R \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2\tilde{t}}}} \right)}{K_0 \left(a \sqrt{\frac{\chi_f}{\sqrt{2\tilde{t}}}} \right)} = \frac{1}{10}. \quad (4.2.14)$$

Решая данное уравнение для параметров, определяющих свойства и состояния пористого пласта, флюида и трещины: $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$, $k_f = 10^{-10} \text{ м}^2$, $m_p = m_f = 10^{-1}$, $d_f = 3 \times 10^{-3} \text{ м}$, $\mu = 10^{-2} \text{ Па} \times \text{с}$, $\rho_0 = 860 \text{ кг/м}^3$, $R = 15 \text{ м}$, получим значение $\tilde{t} \approx 1151 \text{ с}$. Формулу (4.2.14) можно получить также, если исходить из формулы (4.1.7). Таким образом, если толщина нефтяного пласта меньше $2R$, то формулы (4.1.7) и (4.2.6) могут быть использованы для времени \tilde{t} , определяемого из уравнения (4.2.14), полученных в предположении бесконечной протяженности трещины ГРП.

Проведем оценку времени \tilde{t}_1 , когда влияние фильтрационных полей соседних трещин (в случае системы радиальных трещин) слабые.

Из формулы (4.1.4) справедлива следующая оценка

$$\tilde{t}_1 = \frac{L^2}{8\alpha_p},$$

где L – расстояние между двумя соседними трещинами ГРП.

Учитывая, что $\alpha_p = \frac{k_p \rho_0 C^2}{m_p \mu}$, получим, что

$$\tilde{t}_1 = \frac{L^2 m_p \mu}{8k_p \rho_0 C^2}. \quad (4.2.15)$$

Для параметров, определяющих свойства и состояния пористого пласта, флюида и трещины ГРП: $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$, $k_f = 10^{-10} \text{ м}^2$, $m_p = m_f = 10^{-1}$, $d_f = 3 \times 10^{-3} \text{ м}$, $\mu = 10^{-2} \text{ Па} \times \text{с}$, $\rho_0 = 860 \text{ кг/м}^3$, $L = 50 \text{ м}$, получим значение $\tilde{t}_1 \approx 161\,499 \text{ с}$, что соответствует 45 часам.

На основании изложенных выше оценок, следует, что полученные в данной работе точные и приближенные решения справедливы для начального этапа функционирования скважины, когда влияние границы пласта, влияние фильтрационных полей соседних трещин, а также радиальной границы трещины слабые. Данное критическое время определяется наименьшим значением из \tilde{t} и \tilde{t}_1 , определяемых по формулам (4.2.14) и (4.2.15).

Выводы по четвертой главе

- С помощью метода последовательной смены стационарных состояний, получены удобные для практического применения приближенные решения, описывающие распределение давления в гидроразрывной трещине и расход жидкости в скважину при скачкообразном повышении давления на забое скважины, с дальнейшим поддержанием постоянного значения, а также решения, описывающие эволюцию давления в трещине ГРП и на забое скважины при работе скважины в режиме постоянного расхода.
- Представленные решения могут использоваться для проведения простых инженерных расчетов по определению технологических характеристик скважины и позволяют анализировать продуктивность скважин, характеристик и состояния пластов, а также режимов функционирования скважин.
- Проведен сравнительный анализ численных результатов точного и приближенного решений.
- Предложен метод, позволяющий провести оценку неизвестных значений коллекторских характеристик призабойной зоны на основе сравнения дебита скважины и давления в забое с точными теоретическими решениями.
- Получены оценки критического времени, определяющего область применимости построенных аналитических решений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании проведенных диссертационных исследований, можно сделать следующие выводы.

1. Получена математическая модель для упругого режима фильтрации в радиальной трещине ГРП, перпендикулярной горизонтальной скважине, учитывающая переток флюида между трещиной ГРП и пористой средой, окружающей трещину. Модель представлена в виде системы двух дифференциальных уравнений для давления в пласте и трещине, которые сведены к одному интегро-дифференциальному уравнению фильтрации флюида в трещине.

2. Исходя из сравнительного анализа полученных решений типа гармонических волн давления флюида в трещинах, расположенных перпендикулярно горизонтальной скважине в углеводородных пластах с низкой проницаемостью, показано, что трещины для низкочастотных колебаний давления в скважине являются волновым каналом. Соответственно, характерное расстояние затухания волн в трещинах, а также в пласте вблизи нее может быть значительно выше, чем в однородной пористой среде при отсутствии трещины. Даны оценки критических времен и частот гармонических колебаний, для которых данная модель верна.

3. Получены приближенные (с помощью метода ПССС) и точные аналитические решения, описывающие распределение давления в трещине ГРП, перпендикулярной оси горизонтальной скважины, расположенной в однородном пласте с постоянной проницаемостью, в режиме поддержания постоянного давления на скважине (первая краевая задача для интегро-дифференциального уравнения) и в режиме постоянного расхода флюида (вторая краевая задача) при предположении бесконечной протяженности трещины. Показано, что разница между точным и приближенным решениями мала (1–3%), что позволяет использовать для практических задач

приближенное, существенно более простое решение. С помощью полученных решений представляется возможность определять параметры гидроразрывной трещины по кривым изменения давления в призабойной зоне, проводя сопоставление их с промысловыми данными, полученными на скважине при прочих известных значениях параметров пласта и флюида.

4. Предложен метод оценки для определения неизвестных значений коллекторских характеристик призабойной зоны (например, величины проводимости трещины) на основе сравнения дебита скважины и давления в забое с точными теоретическими решениями.

5. Получены автомодельные решения для описания распределения давления в трещине ГРП бесконечной протяженности. Согласно этим решениям, закон распространения фиксированного значения перепада давления пропорционален корню четвертой степени из времени, то есть $r \sim \sqrt[4]{t}$. Показано, что при работе скважины в режиме постоянного расхода, изменение перепада давления на забое пропорционально корню четвертой степени из времени и обратно-пропорционально квадратному корню из проводимости трещины (произведения ширины трещины на проницаемость), то есть $\Delta P_{f(w)} \sim 1/\sqrt{d_f k_f}$.

6. Предложен метод оценки для определения неизвестных значений коллекторских характеристик призабойной зоны (например, величины проводимости трещины) на основе сравнения дебита скважины и давления в забое с точными теоретическими решениями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азиз, Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари. – Москва-Ижевск: институт компьютерных исследований, 2004. – 416 с.
2. Акулич, А.В. Численное моделирование распространения трещины гидроразрыва/ А.В. Акулич, А.В. Звягин // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. – 2008. – № 1. – С. 43–49.
3. Алексеенко, О.П. Двумерная пошаговая модель распространения трещины гидроразрыва / О.П. Алексеенко, Д.В. Есипов, Д.С. Курнаков, В.Н. Лапин, С.Г. Черный // - Вестник НГУ. Серия математика, механика, информатика. – 2011. – Т. 11, выпуск 3. – С. 36 – 60.
4. Алиев, З.С. Исследование горизонтальных скважин / З.С. Алиев, В.В. Бондаренко //– М.: Нефть и газ. – 2004. – 300 с.
5. Алиев, З.С. Определение производительности горизонтальных скважин, вскрывших газовые и нефтяные пласты / З.С. Алиев, В.В. Шеремет // – 1995, – М.: Недра. – 131 с.
6. Андриянова, Е.В. Влияние неоднородности пласта по проницаемости на фильтрационное течение пластовой жидкости к добывающим скважинам / Е.В. Андриянова, В.И. Астафьев // Вестник СамГТУ. Серия: Технические науки. - 2015. – № 3(47). – С. 154 – 161.
7. Андриянова, Е.В. Граничные условия для задачи фильтрации жидкости при наличии несплошности нефтяного пласта / Е.В. Андриянова, В.И. Астафьев // Вестник Башкирского университета. – 2017. Т. 22, № 1 – С. 28-33.
8. Аносова, Е.П. Фильтрация флюида к скважине через радиальную трещину ГРП при постоянном расходе / Е.П. Аносова, З.М. Нагаева,

- В.Ш. Шагапов // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2023. – № 2. – С. 1 – 12.
9. Асалхузина, Г.Ф. Гидродинамические методы исследования скважин в рядной системе разработки на месторождении с низкопроницаемым коллектором / Г.Ф. Асалхузина, А.Я. Давлетбаев, Р.И. Абдуллин и др. // Нефтегазовое дело – 2021. – Т.19, № 3. – С. 49 – 58.
10. Асалхузина, Г.Ф. Моделирование дифференциации пластового давления между нагнетательными и добывающими скважинами на месторождениях с низкопроницаемыми коллекторами / Г.Ф. Асалхузина, А.Я. Давлетбаев, И.Л. Хабибуллин // Вестник Башкирского университета. – 2016. – Т.21, № 3. – С. 537 – 544.
11. Асланов Дж.Н. Определение времени восстановления давления при нестационарной радиально-сферической фильтрации вязкопластичной нефти в однородном пласте / Дж.Н. Асланов, С.Д. Мустафаев А.Х.С.А. Ахмедов, З.С. Гусейнли // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия. Машиностроение. 2019. - № 4. – С. 58 – 70. DOI: 10.18698/0236-3941-2019-4-58-70
12. Астафьев, В.И. Автомодельное решение задачи о развитии трещины гидроразрыва пласта / В.И. Астафьев, Г.Д. Федорченко // Вестник СамГУ. – Естественнонаучная серия. – 2007. - № 4 (54). С. 34–41.
13. Астафьев, В.И. Асимптотический анализ процесса развития трещины ГРП / В.И. Астафьев, Г.Д. Федорченко // Труды седьмой Всероссийской научной конференции с международным участием (3 – 6 июня 2010 г.) Часть 1, Математические модели механики, прочности и надежности элементов конструкций, математическое моделирование и краевые задачи, Самарский государственный технический университет. – Самара. – 2010. С. 32 – 36.
14. Астафьев, В.И. Задача о продвижении водонефтяного контакта при поршневом вытеснении нефти водой в двоякопериодической области

- / В.И. Астафьев, А.Е. Касаткина // Вестник СамГУ. – 2014. - № 10 (121). С. 109 – 122.
15. Астафьев, В.И. Моделирование фильтрации жидкости при наличии трещины гидравлического разрыва пласта / В.И. Астафьев, Г.Д. Федорченко // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2007. - № 2(15). С. 128–132.
16. Астафьев, В.И. Эллиптические функции в задачах моделирования разработки нефтяных месторождений. Монография / В.И. Астафьев, П.В. Ротерс. – Самара: самарский университет, 2014. – 162 с.
17. Бадертдинова, Е.Р. Численное решение коэффициентной обратной задачи о нестационарной фильтрации к скважине, пересеченной трещиной гидравлического разрыва / Е.Р. Бадертдинова и др. // Прикладная механика и теоретическая физика. – 2012. Т. 53, № 3 (313). – С. 84 – 89.
18. Бадертдинова, Е.Р. Численное решение обратной задачи нестационарной нелинейной фильтрации в пласте, вскрытом горизонтальной скважиной / Е.Р. Бадертдинова, Р.М. Хайруллин // Вестник технического университета. – 2021. Т. 24, № 12, – С. 148 – 151.
19. Байков, В.А. К оценке геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта / В.А. Байков, Г.Т. Булгакова, А.М. Ильясов, Д.В. Кашапов // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа – 2018. № 5. – С. 64 – 75.
20. Баренблатт, Г.И. Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. – М.: Недра, 1984. – 211с.
21. Баренблатт, Г.И. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах / Г.И. Баренблатт, Ю.П. Желтов, И.Н. Кочина // Прикладная математика и механика – 1960. – Т. 24, № 5. – С. 852 – 864.

22. Баренблатт, Г.И. О некоторых задачах теории упругости, возникающих при исследовании механизма гидравлического разрыва пласта / Г.И. Баренблатт // Прикладная математика и механика. – 1956. – Т. 20, № 4. – С. 475 – 486.
23. Баренблатт, Г.И. О некоторых приближенных методах в теории одномерной неустановившейся фильтрации жидкости при упругом режиме / Г.И. Баренблатт // Известия АН СССР. – 1954. - № 9. – С. 5 – 9.
24. Баренблатт, Г.И. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. – М.: Недра, 1972. – 288 с.
25. Бархатов, Э.А. Эффективность применения многонного гидроразрыва пласта в горизонтальных скважинах / Э. А. Бархатов, Н.Р. Яркеева // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2017. – Т. 328, № 10. – С. 50 – 58.
26. Басниев, К.С. Подземная гидромеханика / К. С. Басниев, И.Н. Кочина, В.М. Максимов. – М.: Недра, 1993. – 416 с.
27. Беликов, С.А. Анализ эффективности горизонтальных скважин с многостадийным гидроразрывом пласта на примере кондинского месторождения / С.А. Беликов, Т.Р. Салахов, А.С. Кардопольцев, Ф.Ю. Лескин // Нефтегазовое дело. – 2023. – Т. 21, № 1. – С. 39 – 50.
28. Борисов, Ю.П. Разработка нефтяных месторождений горизонтальными и многозабойными скважинами / Ю.П. Борисов, В.П. Пилатовский, В.П. Табаков. – М.: Недра, 1964. – 154 с.
29. Васильев В.А. Гидроразрыв пласта в горизонтальных скважинах / В.А. Васильев, А.Е. Верисокин // Вестник ПНИПУ. Геология. Нефтегазовое и горное дело, 2013. – № 6, – С. 101 – 110.
30. Гадильшина, В.Р. Гидродинамические исследования нефтяных скважин после кратковременного возмущения пласта / В.Р. Гадильшина, П.Е. Морозов, М.Н. Шамсиев, М.Х. Хайруллин //

Вестник томского государственного университета. Математика и механика. – 2023. № 85. – С. 90 – 100.

31. Гайдуков, Л.А. Исследование упруго-пластического режима фильтрации жидкости к горизонтальной скважине в анизотропном пласте // Л.А. Гайдуков, Н.Н. Михайлов. – 2010. № 6, – С. 11 – 17.
32. Герасименко, С.А. Математическое моделирование горизонтальной скважины с эллиптической трещиной гидроразрыва [Электронный ресурс] / С.А. Герасименко, А.В. Стрекалов, А.С. Самойлов // Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». – 2012. – № 4. – С. 346 – 351. http://ogbus.ru/authors/Gerasimenko/Gerasimenko_1.pdf
33. Гималтдинов, И.К. Моделирование потерь давления на трение в призабойной зоне трещины ГРП/ И.К. Гималтдинов, А.М. Ильясов // Известия РАН. Механика жидкости и газа, – 2020, № 1. – С. 91–103.
34. Диткин, В.А. Операционное исчисление / В.А. Диткин, А.П. Прудников. М.: Высш. шк., 1975.
35. Дядькин, Ю.Д. Методика расчета и пути управления параметрами геотермального гидроразрыва / Ю.Д. Дядькин // В кн. Проблемы геотермальной энергии. Межд. симп., – 1995. Т. 2. С. 80 – 98.
36. Евсютин, И.В. Глубокие искусственные нейронные сети для прогноза значений дебитов добывающих скважин/ И.В. Евсютин, Н.Г. Марков // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2020. – Т. 331, № 11. – С. 88–95.
37. Ентов, В.М. Стационарная фильтрация однородной жидкости в элементе разработки нефтяного пласта с трещиной гидроразрыва/ В.М. Ентов, В.В. Мурзенко // Известия РАН. Механика жидкости и газа, – 1994, № 1. – С. 104–112.
38. Есипов, Д.В. Математические модели гидроразрыва пласта / Д.В. Есипов и др. // Вычислительные технологии. – 2014. – Т. 19, № 2. – С. 33 – 61.

39. Желтов, Ю.П. Деформация горных пород / Ю.П. Желтов. – М.: Недра, 1966. – 198 с.
40. Желтов, Ю.П. Механика нефтегазоносного пласта / Ю.П. Желтов. – М.: Недра, 1975. – 207 с.
41. Желтов, Ю.П. О гидравлическом разрыве нефтеносного пласта / Ю.П. Желтов, С.А. Христианович // Известия академии Наук СССР. ОТН. – 1955. – № 5. – С. 3 – 41.
42. Жуковский, Н.Е. Теоретическое исследование о движение подпочвенных вод / Н.Е. Жуковский // Собр. соч.: в 7 т. – М.: Гостехтеориздат. – 1949. – Т. 3.
43. Зайцев, В.Ф. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям/ В.Ф. Зайцев, А.Д. Полянин // – 2001. 576 с.
44. Захаров, Л.А. Прогнозирование динамического пластового давления методами искусственного интеллекта/ Л.А. Захаров, Д.А. Мартюшев, И.Н. Пономарева // Записки горного института. – 2022. – Т. 253. – С. 23–32.
45. Зиятдинов, И.Г. Анализ эффективности эксплуатации горизонтальных скважин в кизеловском горизонте 6 блока Бавлинского нефтяного месторождения / И.Г. Зиятдинов // Труды молодых ученых института «ТатНИПИнефть». – 2015. – 9 с.
46. Ивашнев, О.Е., Смирнов Н.Н. Формирование трещины гидроразрыва в пористой среде/ О.Е. Ивашнев, Н.Н. Смирнов // Вестник Московского университета. Серия 1. Матем., мех., – 2003, номер 6, – С. 28–36.
47. Ильясов, А.М. Моделирование течения вязкой жидкости в магистральной вертикальной трещине с проницаемой стенками / А.М. Ильясов, Г.Т. Булгакова // Математическое моделирование. – 2016. – Т. 28, № 7. – С. 65 – 80.

48. Кадет, В.В. Фильтрации флюида в среде, содержащей эллиптическую трещину гидроразрыва / В.В. Кадет, В.И. Селяков // Известия вузов. Нефть и газ. – 1988. № 5. – С. 54 – 60.
49. Каневская, Р.Д. Аналитические решения задач о притоке жидкости к скважине с вертикальной трещиной гидроразрыва и их использование в численных моделях фильтрации / Р.Д. Каневская, Р.М. Кац // Известия Академии наук. Серия. Механика жидкости и газа. – 1996. - № 6. – С. 69 – 80.
50. Каневская, Р.Д. Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с применением гидравлического разрыва пласта / Р.Д. Каневская. – М.: Недра, 1999. – 212 с.
51. Каневская, Р.Д. О притоке жидкости к скважине с вертикальной трещиной гидроразрыва в кусочно-однородном анизотропном пласте / Р.Д. Каневская // Механика жидкости и газа. – 1999. № 2. – С. 64 – 71.
52. Каневская, Р.Д. Применение гидравлического разрыва пласта для интенсификации добычи и повышения нефтеотдачи / Р.Д. Каневская, И.Р. Дияшев, Ю.В. Некипелов // Нефтяное хозяйство. – 2002. - № 5. – С. 96 – 101.
53. Каневская, Р.Д. Развитие гидродинамических методов моделирования разработки месторождений углеводородов с применением гидравлического пласта. Диссертация на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук / Р.Д. Каневская. – Москва, 1999. – 233.
54. Карнаков, П.В. Модель гидроразрыва пласта, включающая механизм закупоривания трещины пропантом/ П.В. Карнаков, В.Н. Лапин, С.Г. Чёрный // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. – 2014. – Т.12. – №1. – С. 19-33.

55. Кривонос, И.В. Расчет дебитов скважин с трещиноватой призабойной зоной пласта / И.В. Кривонос, И.А. Чарный // Нефтяное хозяйство. 1955. № 9 – С. 40 – 46.
56. Лаврентьев, М.А. Методы теории функций комплексного переменного. / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. СПб.: Лань, 2002. – 749 с.
57. Лапук, Б.Б. Неустановившееся движение потоков в пористой среде при нелинейном законе фильтрации / Б.Б. Лапук, Э.Б. Абуталиев, С.Н. Закиров // Вопросы вычислительной математики. – Ташкент: АН УзССР. – 1963.
58. Лейбензон, Л.С. Собрание трудов. Т. 2: Подземная гидрогазодинамика / Л.С. Лейбензон. – М.: Издательство Академии Наук СССР, 1953. – 544 с.
59. Мазо, А.Б. Фильтрационная модель притока жидкости к горизонтальной скважине с многостадийным гидравлическим разрывом пласта/ А.Б. Мазо, К.А. Поташев, М.Р. Хамидуллин // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. – 2015. – Т. 157. – № 4. – С. 133–148.
60. Мансурова, А.Р. Опыт эксплуатации первых горизонтальных скважин в ОАО «Татнефть» / А.Р. Мансурова, Р.Т. Фазлыев // Нефтепромысловое дело. – 2011. – № 4. – С. 39 – 44.
61. Маскет, М. Течение однородных жидкостей в пористой среде / М. Маскет // М., Л.: Гостехтопиздат, 1949. – 628 с.
62. Меркулов, В.П. Фильтрация к горизонтальной скважине конечной длины в пласте конечной мощности / В.П. Меркулов // Известия вузов. Нефть и газ. – 1958. – № 1. – С. 15 – 17.
63. Мирзаджанзаде, А.Х. Вопросы гидродинамики вязко-пластичных и вязких жидкостей в нефтедобыче / А.Х. Мирзаджанзаде // Баку. Азнефтеиздат, 1959.

64. Молокович, Ю.М. Основы теории релаксационной фильтрации / Ю.М. Молокович, П.П. Осипов // Казань: Издательство Казанского университета, 1987. – 116 с.
65. Морозов, П.Е. Моделирование нестационарного притока жидкости к многосекционной горизонтальной скважине / П.Е. Морозов // Георесурсы. – 2018. Т. 20. № 1. – С. 44 – 50.
66. Морозов, П.Е. Оценка фильтрационных параметров пласта по данным нестационарных исследований горизонтальных скважин / П.Е. Морозов, Р.В. Садовников, М.Х. Хайруллин, М.Н. Шамсиев // Прикладная механика и техническая физика. – 2005. Т. 46. № 2. – С. 109 – 114.
67. Морозов, П.Е. Полуаналитическое решение задачи нестационарного притока жидкости к несовершенной скважине / П.Е. Морозов // Ученые записки Казанского университета. Серия физико-математические науки. – 2017. Т. 159. кн. 3. – С. 340 – 353.
68. Морозов, П.Е. Численное решение прямой и обратной задачи при фильтрации флюида к горизонтальной скважине / П.Е. Морозов, М.Х. Хайруллин, М.Н. Шамсиев // Вычислительные методы и программирование. – 2005. Т. 6. – С. 262 – 268.
69. Мурзенко, В.В. Аналитические решения задач стационарного течения жидкости в пластах с трещинами гидроразрыва/ В.В. Мурзенко // Известия РАН. Механика жидкости и газа, – 1994, № 2. – С. 74–82.
70. Нагаева, З. М. К теории фильтрационных волн давления в трещине, находящейся в пористой и проницаемой среде: 01.02.05: дис. ... канд. физико-математических наук / З.М. Нагаева; ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет». Уфа, 2018. – 112 с. – Текст: непосредственный.
71. Нагаева, З.М. Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте / З.М. Нагаева, В.Ш.

- Шагапов // Прикладная математика и механика. – 2017. Т. 81, № 3. – С. 319 – 329.
72. Овчинников, М.Н. Спектральные особенности фильтрационных волн давления в нелинейных средах / Овчинников М.Н, Г.Г. Куштанова // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. – 2010. № 1(13). – С. 130 – 134.
73. Орлов, А.А. Аналитическая модель притока жидкости для многоствольной скважины в анизотропном пласте/ А.А. Орлов, А.С. Русских // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2022. – № 77. – С. 101–109.
74. Павловский, Н.Н. Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и её основные приложения/ Н.Н. Павловский // – Петроград: Изд-во Научно – мелиорационного института, – 1922, – 752 с.
75. Пестов, Д.А. Математическое моделирование задачи распространения трещины гидроразрыва/ Д.А. Пестов, Н.Н. Смирнов, А.В. Акулич, В.В. Тюренкова // Вестник кибернетики, – 2017, – С. 74–83.
76. Пилатовский, В.П. Исследование некоторых задач фильтрации к горизонтальным скважинам, пластовым трещинам, дренирующим горизонтальные пласты / В.П. Пилатовский // Подземная гидромеханика и разработка нефтяных месторождений. – М.: Гостоптехиздат, – 1969. – 200 с.
77. Пирвердян А.М. Физика и гидравлика нефтяного ласта / А.М. Пирвердян. – М: Недра. – 1982. – 210 с.
78. Полубаринова-Кочина, П.Я. К вопросу о перемещении контура нефтеносности/ П.Я. Полубаринова-Кочина // Докл. Акад. Наук СССР. – 1945. – Т. 47, –№ 4. – С. 254–257.

79. Полубаринова-Кочина, П.Я. О наклонных и горизонтальных скважинах конечной длины / П.Я. Полубаринова-Кочина// ПММ – 1956. – Т. 20, вып. 1. – С. 95 – 108.
80. Полубаринова-Кочина, П.Я. Пример движения грунтовых вод через земляную плотину при наличии испарения/ П.Я. Полубаринова-Кочина// Известия Академии наук СССР. Отделения технических наук. – 1939. – № 7. – С. 45 – 52.
81. Полубаринова-Кочина, П.Я. Теория движения грунтовых вод / П.Я. Полубаринова-Кочина. – М.: Гостехтеориздат, 1952. – 676 с.
82. Поташев, К.А. Моделирование притока пластового флюида к трещинам бесконечной проницаемости многозонного гидроразрыва пласта с помощью трубок тока / К.А. Поташев, А.Б. Мазо, М.В. Мухина, А.А. Ураимов, Д.В. Маклаков, М.Р. Хамидуллин // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. – 2022. – Т. 164, кн. 1. – С. 101–121.
83. Смирнов, Н.Н. Анализ степенных автомодельных решений задачи о формировании трещины гидроразрыва/ Н.Н. Смирнов, В.Р. Тагирова // Вестник Московского университета. Серия 1. Матем., мех., – 2007, номер 1, – С. 48–54.
84. Татосов, А.В. Движение проппанта в раскрывающейся трещине гидроразрыва пласта/ А.В. Татосов, А.С. Шляпкин // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика, – 2018, том 18, выпуск 2, – С. 217–226.
85. Татосов, А.В. Модель закачки проппанта в трещину гидроразрыва/ А.В. Татосов // Вычислительные технологии. – 2005. Т. 10, № 6, – С. 91–101.
86. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики/ А.Н. Тихонов, А.Н. Самарский // – 1972. 736 с.
87. Хабибуллин, И.Л. К теории билинейного режима фильтрации в пластах с трещинами гидроразрыва/ И.Л. Хабибуллин, А.А. Хисамов

- // Вестник Башкирского университета, – 2018, – Т. 23, № 4. – С. 958–963.
88. Хабибуллин, И.Л. Нестационарная фильтрация в пласте с трещиной гидроразрыва/ И.Л. Хабибуллин, А.А. Хисамов // Известия РАН. Механика жидкости и газа, – 2019, № 5. – С. 6–14.
89. Хайруллин, М.Х. Термогидродинамические исследования горизонтальных нефтяных скважин / М.Х. Хайруллин, М.Н. Шамсиев, Е.Р. Бадертдинова, А.И. Абдуллин // Теплофизика высоких температур. – 2012. Т. 50, № 6. – С. 830 – 834.
90. Хамидуллин, М.Р. Решение задачи о притоке жидкости к горизонтальной скважине с интервальным гидроразрывом пласта/ М.Р. Хамидуллин, А.Б. Мазо, К.А. Поташев // Обратные краевые задачи и их приложения: материалы конференции [Электронный ресурс]. – Казань: Изд-во Казан, ун-та, 2014. – 7 с.
91. Хамидуллин, М.Р. Численное моделирование притока однофазной жидкости к горизонтальной скважине с трещинами многостадийного гидроразрыва пласта/ М.Р. Хамидуллин // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. – 2016. – Т. 158, кн. 2. – С. 287–301.
92. Хижняк, Г.П. Влияние технологических параметров на эффективность гидроразрыва пласта / Г.П. Хижняк, А. Диенг // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов, – 2023, – Т. 334, № 6. – С. 120 – 125.
93. Христианович, С.А. Исследования механизма гидравлического разрыва пласта / С.А. Христианович // Труды / Институт геологии и разработки горючих ископаемых. – М., 1960. – Т.2: материалы по разработке нефтяных и газовых месторождений. – С. 159 – 165.
94. Христианович, С.А. Механика сплошной среды. Избранные работы/ С.А. Христианович . – М.: Наука, 1981. – 493 с.

95. Чарный, И.А. Подземная гидрогазодинамика / И.А. Чарный. – М.: Гостоптехиздат, 1948. – 196 с.
96. Чжоу Цяофэн. Новый подход к определению размера трещин многоступенчатого гидроразрыва пласта по данным дебита скважины / Чжоу Цяофэн, А.Б. Золотухин, А.Т. Гаюбов // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2017. – № 6. – С. 74 – 80.
97. Чупров, И.Ф. Фильтрация нефти при переменной вязкости по толщине пласта / И.Ф. Чупров, М.С. Хозяинова, Е.А. Терентьева // Нефтегазовое дело, 2019. – Т. 17. - № 5. – С. 37 – 42.
98. Шагапов, В.Ш. Гармонические волны давления в трещинах, находящихся в нефтяных и газовых пластах / В.Ш. Шагапов, З.М. Нагаева // Инженерно-физический журнал. – 2017. – Т.90, № 5. – С. 1109–1117.
99. Шагапов, В.Ш. О динамике гармонических фильтрационных волн в гидроразрывной трещине, расположенной перпендикулярно к скважине / В.Ш. Шагапов, Е.П. Аносова, З.М. Нагаева // РАН. Акустический журнал. – 2020. – Т. 66. – № 6. – С. 669 – 674.
100. Шагапов, В.Ш. Об упругом режиме фильтрации в гидроразрывной трещине / В.Ш. Шагапов, З.М. Нагаева // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова. – 2016. – Т.11, № 2. – С. 156–166.
101. Шагапов, В.Ш. Приближенное решение задачи об упругом режиме фильтрации в трещине, находящейся в нефтяном пласте/ В.Ш. Шагапов, З.М. Нагаева // Инженерно-физический журнал. – 2020. – Т.93, № 1. – С. 206–215.
102. Шагапов, В.Ш. Проявление нелинейных эффектов фильтрации в низкопроницаемых коллекторах при переменных режимах функционирования скважины/ В.Ш. Шагапов, О. В. Дударева //

- Вестник Томского государственного университета. – 2026. – № 1. – С. 102 – 114.
103. Шагапов, В.Ш. Упругий режим фильтрации жидкости к скважине через перпендикулярную ей трещину, образовавшуюся при гидроразрыве пласта / В.Ш. Шагапов, З.М. Нагаева, Е.П. Аносова // Прикладная механика и техническая физика. – 2022. – Т. 63. – № 4. – С. 105 – 115.
104. Шамсиев, М.Н. Оценка фильтрационных параметров газового пласта по результатам вертикального гидропрослушивания / М.Н. Шамсиев // Прикладная механика и техническая физика. – 2019. Т. 60. - № 3. С. 128 – 135.
105. Шевченко О.Н. Исследование течения флюида к горизонтальной скважине / О.Н. Шевченко // Недропользование. – 2021. Т.21, № 2, – С. 64 – 70.
106. Щелкачев, В.Н. Избранные труды / В.Н. Щелкачев. – М.: Недра, 1990. – Т. 1. 399 с.
107. Щелкачев, В.Н. Подземная гидравлика / В.Н. Щелкачев, Б.Б. Лапук. – Государственное научно-техническое издательство нефтяной и горно-топливной литературы. Москва-Ленинград, 1949. – 525 с.
108. Экономидес, М. Унифицированный дизайн гидроразрыва пласта: от теории к практике / М. Экономидес, Р. Олини, П. Валько.- Москва-Ижевск: Институт компьютерных технологий, 2007. – 237 с.
109. Эрлагер, Р. Гидродинамические методы исследования скважин / Р. Эрлагер. – Москва-Ижевск: ИКИ, 2006. – 512 с.
110. Юрова М.П. Роль горизонтальных скважин при разработке низкопроницаемых, неоднородных коллекторов / М.П. Юрова // Георесурсы. – 2017. Т. 19. № 3. – С. 209 – 215.

111. Яркеева Н.Р. Применение гидроразрыва пласта для интенсификации притока нефти в скважинах / Н.Р. Яркеева, Хазиев А.М. // Нефтегазовое дело. – 2018. Т. 16. № 5. – С. 30 – 36.
112. Apte, S.S. Elliptical Flow Regimes in Horizontal Wells with Multiple Hydraulic Fractures / S.S. Apte, W.J. Lee // Society of Petroleum Engineers (2017, January 24).
113. Babu, D.K. Productivity of horizontal wells / D.K. Babu, A.S. Odeh // SPE. – 1834. – 1988.
114. Bashmakov, R.A. Determination of parameters of hydraulic fracture perpendicular to borehole axis / R.A. Bashmakov, Z.M. Nagaeva, E.P. Anosova, A.A. Shammatova // Lobachevskii Journal of Mathematics – 2023. – V.44. – N 5. – p. 1571 – 1578.
115. Bennet, C.O. Analysis of Pressure Data From Vertically Fractured Injection Wells / C.O. Bennett, A.C. Reynolds Jr., Raghavan // SPE Journal, February 1981, V. 21, N 1, p. 5 – 20.
116. Bennet, C.O. Influence of fracture heterogeneity and wing length on the response of vertically fractured wells / C.O. Bennett, N.D. Rosato, A.C. Reynolds, R. Raghavan // SPE Journal. – 1983. – V. 23. – N 2. – P. 219 – 230.
117. Cinco-Ley, H. Effect of Well bore Storage and Damage on the Transient Pressure Behaviour of Vertically Fractured Wells / H. Cinco-Ley, V.F. Samaniego // SPE 6752. SPE Annual Fall Meeting, Denver, Colorado, 9-12 Oct, 1977.
118. Cinco-Ley, H. Evaluation of Hydraulic Fracturing by Transient Pressure Analysis Methods / H. Cinco-Ley // SPE 10043 Petrol. Exh. And Techn. Symp., Beijing China, Mar 18-26, 1982.
119. Cinco-Ley, H. Transient Pressure Analysis for Fractured Wells / H. Cinco-Ley, V.F. Samaniego // SPE 7490-PA. Journal of Petroleum Technology.

120. Cinco-Ley, H. Transient Pressure behavior for a well with a finite-conductivity vertical fracture / H. Cinco-Ley, V.F. Samaniego, A.N. Dominguez // Soc. Pet. J. -1978. V. 18, N 4. P. 253 – 264.
121. Deng Y. Productivity model for shale gas reservoir with comprehensive consideration of multi-mechanics / Y. Deng, R. Guo, Z. Tian, C. Xiao, H. Han, W. Tan // Open Petroleum Engineers Journal. – 2015. V. 8. P. 235 – 347.
122. Geertsma, J. Comparison of theories for predicting width and extent of vertical hydraulically induced fractures / J. Geertsma, R. Haafkens // Journal of Energy Resources Technology. 1979. V. 101 N 1, p. 8 – 19.
123. Giger, F.M. Horizontal wells production techniques in heterogeneous reservoirs // SPE 13710. – 1985. DOI: 10.2118/13710-MS.
124. Gringarten, A.C. Applied pressure analysis for fractured wells / A.C. Gringarten, H.J. Ramey Jr., Raghavan R // J. Petrol. Technol –1975. V. 27, N 7. P. 887 – 892.
125. Gringarten, A.C. The Use of source and Green's functions in solving unsteady flow problems in reservoirs / A.C. Gringarten, H.J. Ramey Jr., // Soc. Petrol. Eng. Journal -1973. V. 13, N 5. P. 285 – 296.
126. Gringarten, A.C. Unsteady-state pressure distributions created by a well with a single infinite-conductivity vertical fracture / A.C. Gringarten, H.J. Ramey Jr., Raghavan R // Society of Petroleum Engineers Journal –1974. V. 14, N 4. P. 347 – 360.
127. Joshi, S.D. A Review of Horizontal Well Technology / S.D. Joshi // Paper # 3-1, presented at the Second WPJ-DOE Tar Sand Symposium, Jackson, Wyoming, July, 7-10, 1986.
128. Kanin, E.A. A radial hydraulic fracture driven by a Herschel – Bulkley fluid / E.A. Kanin, E.V. Dontsov, D.I. Garagash, A.A. Osipov // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. – September 2021, Vo. 295. P.1 – 40.

129. Kim, T.H. Pressure-transient characteristics of hydraulically fractured horizontal wells in shale-gas reservoirs with natur- and rejuvenated-fracture networks / T.H. Kim, K.S. Lee // *Journale Petroleum Techn.* 2015.
130. Kuchuk F. Pressure Transient Behavior of Horizontal Wells Intersecting Multiple Hydraulic and Natural Fractures in Conventional and Unconventional Unfractured and Naturally Fractured Reservoir / F. Kuchuk, D. Biryukov, T. Fitzpatrick, K. Morton // *Society of Petroleum Engineers Journal* – 2015, P. 1 – 37.
131. Muskat, M. *The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media.* / M. Muskat / J.W. Edwards, Inc. Ann Arbor, Michigan. – 1946.
132. Muskat, M. *The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media.* / McGraw – Hill Book Co. Ins., New – York City/ - 1937. 763 p.
133. Nghiem Long X. A Fully Implicit Hydraulic Fracture Model / L.X. Nghiem, P.A. Forsyth, A. Behie // *JPT* , July 1984, Vo;. 36, N 8. P. 1191 – 1198.
134. Nghiem Long X. Modeling Infinite Conductivity Vertical Fractures With Source and Sink Terms // *SPE Journal*, August 1983, P. 633 – 644.
135. Nordgren R. Propagation of vertical fractures., *Society of Petroleum Engineers/* - 1972. V 12, N 4, P. 306 – 314.
136. Peaceman, D.W. Representation of a horizontal well in numerical reservoir simulation / D.W. Peaceman // *SPE Paper 21217/* - 1991. - № 2. DOI: 10.2118/21217-PA
137. Perkins, T.K. Widths of hydraulic fracturing / T.K. Perkins, L.R. Kern // *J. Petrol. Technol.* – 1961. N 9. P. 937 – 949.
138. Prats, M. Effect of Vertical Fractures on Reservoir behavior – Incompressible Fluid Case/ M. Prats // *Soc. Pet. Eng. Jour.* – (June, 1961) P.105–118.
139. Raghavan, R. Analysis of Pressure Buildup Data Following a Short Flow Period / R. Raghavan, A.C. Reynolds Jr., Meng Hai Zui // *JPT*, April 1982, V. 34, N 4, P. 904 – 916.

140. Raghavan, R. Analysis of Pressure Data for Fractured Wells: The Constant Pressure Outer Boundary / R. Raghavan, N. Hadinoto // SPE Journal, April 1978, P. 139 – 149.
141. Raghavan, R. The Effect of Producing Time on Type Curve Analysis / R. Raghavan // JPT, June 1980, V. 32, N 6, P. 1053 – 1064.
142. Raghavan, R. Well Test Analysis for Vertically Fractured Wells / R. Raghavan, G.C. Cady, H.J. Ramey, Jr. // Journal Paper J. Pet. Tech., Aug., Trans., AIME 253. 3013-PA SPE/ - 1972/ - P. 1014 – 1020.
143. Renard G.I. Influence of formation damage on the flow efficiency of horizontal wells / G.I. Renard // SPE Paper 19414. – 1990. – February.
144. Settari, A.Y. Coupling of a Fracture Mechanics Model and a Thermal Reservoir Simulator for Tar Sands / Settari A., Ito Y., Jha K. // SPE Prod. Eng. V. 31, N 9. – 1990, P. 20 – 27.
145. Settari, A.Y. Three Dimensional Simulation of Hydraulic Fracturing / A.Y. Settari, M.P. Cleary // JPT, July 1984, V. 36, N 8, P. 1177 – 1190.
146. Soliman, M.Y. Fracture conductivity distributions studied / Soliman M.Y. // Oil and Gas Journal, V. 84, N 6, 1986, P. 89 – 93.
147. Wang, L. Optimal Inflow Performance Relationship Equation for Horizontal and Deviated Wells in Low-Permeability Reservoirs / L. Wang, M. Shao, Y. Cui, W. Jing, W. Zhang, M. Wang // Hindawi Geofluids – 2021. P/ 1 – 13.
148. Wu, B. Effect of stress and material barriers on hydraulic fracture height containment in layered formations / Wu Baocheng, Wei Xiaochen, Wang Wanbin, Li Jiaqi, Liu Tong, Wang Xuancheng // Environ Earth Sci. – 81, 255 – 2022.
149. Xi, X. Mixed-Mode fracture modelling of the near-wellbore Interaction between hydraulic fracture and natural fracture / Xun Xi, Zoe K. Shipton, Jackie E. Kendrick, Andrew Fraser-Harris, Julien Mouli-Castillo, Katriona

Eldmann, Christopher I. McDermott & Shangtoong Yang // *Rock Mech Rock Eng* 55, 5433 – 5452. – 2022.

150. Y. Li Extended finite element method for analysis of multi-scale gas reservoirs // *Environ Earth. Sci.* 2015. V. 73. P/ 6035 – 6045.
151. Yao Sh. A semi-analytical model for multi-stage fractured horizontal wells / Sh. Yao, F. Zeng, H. Liu, G. Zhao // *Journal of Hydrology.* – 2013. Vo. 507, P. 201 – 212.
152. Zheng, P. Formation mechanisms of hydraulic fracture network based on fracture interaction / Peng Zheng, Yucheng Xia, Tingwei Yao, Xu Jiang, Peiyao Xiao, Zexuan He, Desheng Zhou // *Energy.* – V. 243, 2022.